

LABORATOIRE D'AÉROTHERMIQUE



1C av. de la recherche scientifique, 45071 Orléans Cedex 2
Tél.: +33 (0)2 38 25 77 00 Fax : +33 (0)2 38 25 77 77
e-mail: aero@cnrs-orleans.fr
<http://www.cnrs-orleans.fr/~webaero>

Calcul par une approche continue de jets sous-détendus, de leurs interactions mutuelles et de leurs interactions avec des parois

I.A. Graur, T.G. Elizarova, I.A. Chirokov, J.C. Lengrand

*Rapport de contrat
marché 712/99/CNES/7633*

RC 2002-1

avril 2002

Laboratoire d'Aérotechnique : Unité Propre de Recherche du CNRS (UPR9020)
associée par conventions à l'Université d'Orléans et à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) et
membre de la Fédération de Recherche FR776 *Energétique, Propulsion, Espace, Environnement*

Centre National de la
Recherche Scientifique

Département des
Sciences Pour l'Ingénieur

LABORATOIRE D'AEROTHERMIQUE

1C, avenue de la Recherche Scientifique, 45071 Orléans Cedex 2

Tél. : +33 (0)2 38 25 77 00, Fax : +33 (0)2 38 25 77 77

e-mail : aero@cnrs-orleans.fr

<http://www.cnrs-orleans.fr/~webaero>

Rapport de contrat
Marché 712/99/CNES/7633

RC 2002-1

Avril 2002

Laboratoire d'Aérodynamique : Unité Propre de Recherche du CNRS (UPR9020),
associée par conventions à l'Université d'Orléans et à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6),
et membre de la Fédération de Recherche FR776 Energétique, Propulsion, Espace, Environnement.

1	Brève discussion des modèles utilisés	5
2	Calcul axisymétrique d'un jet seul	8
2.1	Equations QGD en formulation axisymétrique	8
2.2	Conditions de l'écoulement et formules utiles	9
2.3	Formulation du problème et conditions aux limites	10
2.4	Conditions dans la tuyère	12
2.4.1	Profils de couche limite	12
2.4.2	Approximation du débit dans la section de sortie	13
2.5	Algorithme numérique	15
2.6	Algorithme modifié pour les écoulements raréfiés	16
2.7	Résultats et discussion	17
2.7.1	Dépendance du maillage	17
2.7.2	Dépendance du seuil τ_0 et comparaison avec le modèle NS	17
2.7.3	Dépendance de la pression extérieure	18
2.7.4	Dépendance de la position de la paroi	18
2.8	Conclusion	18
3	Calcul tridimensionnel de l'interaction de deux jets et d'un jet avec une plaque parallèle	24
3.1	Modèle mathématique	24
3.2	Grandeurs adimensionnelles	26
3.3	Formulation du problème et conditions de l'écoulement	27
3.4	Conditions aux limites	28
3.5	Algorithme numérique	29
3.6	Résultats et discussion	32
3.6.1	Résultats pour les jets I parallèles (variantes A et B)	33
3.6.2	Résultats pour le jet X seul avec une plaque parallèle (var. C, D,E)	34
3.6.3	Résultats pour des jets I convergents (variantes F et G)	35
3.7	Conclusion	36

4	Impact d'un jet sur une paroi perpendiculaire	52
4.1	Introduction	52
4.2	Formulation du problème	52
4.3	Résultats et discussion	53
4.4	Conclusion	54

Des propulseurs de faible poussée sont utilisés pour le contrôle d'orbite et d'attitude d'un véhicule spatial. Les gaz sont éjectés de ces propulseurs sous forme de jets qui, dès leur sortie de la tuyère, éclatent dans un angle solide très large en raison du niveau pratiquement nul de la pression ambiante. On peut difficilement éviter l'impact de ces jets sur des éléments du véhicule (antennes, panneaux solaires) ou d'un véhicule voisin dans le cas d'une manœuvre d'accostage ou de mise en orbite d'un satellite.

Depuis de nombreuses années, le Laboratoire d'Aérodynamique du CNRS travaille sur ce problème, en liaison avec ses partenaires scientifiques, notamment avec le CNES, et dans le cadre de conventions. Les plus récentes sont mentionnées ci-après.

- Convention 840/CNES/93/0939/00 : impact de jets sur un réflecteur d'antenne et sur des panneaux solaires (avec une tuyère de type X, simulant un propulseur réel de 10 N de poussée) ;
- Convention 840/CNES/94/1461/00 : impact d'un jet issu de la même tuyère sur une paroi parallèle à son axe, en particulier en présence de singularités (avec la même tuyère), étude bibliographique (débouchant sur une base de données sur les effets de jets), amélioration des codes disponibles ;
- Convention 712/97/CNES/7076/00 : étude de deux jets parallèles et de leur impact dans la région de backflow (avec deux tuyères de type I, simulant des propulseurs réels de 1 N de poussée).

Au titre de cette dernière convention, on a considéré deux jets d'axes parallèles et leur impact sur une paroi perpendiculaire à leur axe, située dans le plan de sortie des tuyères ou légèrement en retrait par rapport à celui-ci. L'étude portait sur le flux thermique subi par la paroi et sur des visualisations d'écoulement dans le plan contenant les axes des jets.

Le présent rapport a été préparé au titre de la convention 712/99/CNES/7633, qui prévoit un ensemble de travaux

1. pour la configuration en jets parallèles correspondant aux travaux de la convention 712/97/CNES/7076/00 (jets I)
 - mesures de pression sur la paroi simulant la paroi du satellite,
 - complément aux visualisations du champ d'écoulement (visualisation de sections transversales),
 - exploration du champ d'écoulement en termes de densité;
2. pour la configuration jet + plaque correspondant aux travaux de la convention 840/CNES/94/1461/00 (jet X)
 - exploration du champ d'écoulement en termes de densité;
3. pour le jet de type X seul (en l'absence de paroi)
 - exploration du champ d'écoulement en termes de densité;
4. un complément à l'étude bibliographique engagée (mise à jour de la base de données);
5. développement de nouvelles méthodes prédictives pour le calcul des jets et de leur impact.

Les points 1 à 3 ont fait l'objet d'un rapport de contrat [3]. Le point 4 a fait l'objet d'un rapport de contrat [18] accompagné d'un CD-ROM.

Le présent rapport concerne le point 5. Les méthodes utilisées jusqu'à présent reposaient essentiellement sur des descriptions semi-empiriques du champ d'écoulement dans le jet issu d'une tuyère sous-détendue. L'impact d'un jet sur un obstacle était traité par une approche locale, en considérant, pour chaque élément de paroi, les paramètres locaux qui caractériseraient le jet en ce point en l'absence de paroi.

Dans ce rapport, les jets et leurs impacts sont décrits sur la base des équations générales de la mécanique des fluides. On utilise une approche de type "milieu continu", qui conduit à des équations proches des équations de Navier-Stokes. Le rapport comprend les parties suivantes.

1. Bref exposé du modèle théorique : les équations quasi gazodynamiques (QGD);
2. Calcul d'un jet seul : configuration axisymétrique (coordonnées $r - z$);
3. Calcul de l'interaction entre deux jets et de l'impact d'un jet sur une paroi parallèle : configuration tridimensionnelle ($3D$);
4. Calcul de l'impact d'un jet sur une paroi perpendiculaire : configuration axisymétrique (coordonnées $r - z$);

Le rapport reprend entièrement le contenu des notes NT 2001-1 [15] et NT 2001-2 [8] remises précédemment. Ces dernières peuvent désormais être ignorées.

Dans le présent travail, on étudie numériquement une configuration de jet axisymétrique, l'interaction d'un jet avec une paroi et enfin des jets parallèles. Les équations utilisées sont les équations quasi gazodynamiques (QGD) développées initialement par Elizarova et Chetverushkin en 1984 (e.g.[9]). Ce système d'équations est une approche originale pour la description d'écoulement gazeux visqueux, approche qui a déjà été appliquée à différents problèmes : l'écoulement supersonique le long d'une plaque plane mince et semi-infinie, parallèle à l'écoulement libre [11], l'écoulement supersonique autour d'un disque infiniment mince perpendiculaire à l'écoulement [17], la structure d'une onde de choc [13], et les configurations d'ondes de choc dans des jets sous-détendus pour des situations de réflexion régulière et de réflexion de Mach [14], [20]. La comparaison entre les simulations Navier-Stokes (NS) et QGD montre que les équations QGD peuvent être efficaces pour la simulation de problèmes d'écoulements gazeux complexes. Les équations QGD apparaissent avantageuses par rapport aux équations NS aux grands nombres de Mach, par exemple dans des problèmes d'ondes de choc avec $Ma \geq 5$. Elles sont moins sensibles aux instabilités numériques induites par des gradients importants.

Les bases des équations QGD sont discutées, entre autres articles, dans [23] et [22]. Une revue des résultats théoriques et numériques figure dans [10].

D'une façon générale, un système d'équations pour des écoulements gazeux consiste en trois équations aux dérivées partielles qui traduisent

a) la conservation de la masse (équation de continuité)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_i J^i = 0, \quad (1.1)$$

b) la conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\rho u^k)}{\partial t} + \nabla_i J^i u^k + \nabla^k p = \nabla_i \Pi^{ik}, \quad (1.2)$$

et

c) la conservation de l'énergie

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla_i \frac{J^i}{\rho} (E + p) + \nabla_i q^i = \nabla_i (\Pi^{ik} u^k). \quad (1.3)$$

Pour fermer le système (1.1) – (1.3), le vecteur flux de masse J^i , le tenseur des contraintes Π^{ik} , et le vecteur flux d'énergie q^i doivent s'exprimer en fonction des paramètres macroscopiques de l'écoulement : la densité ρ , la vitesse u_i , et la pression p . E désigne l'énergie totale par unité de volume $E = \rho u^2 + p/(\gamma - 1)$, où u est le module de la vitesse.

Différents choix de J^i , Π^{ik} , q^i conduisent aux équations de Navier-Stokes ou aux présentes équations QGD. Les équations de Navier-Stokes dérivent de

$$J^i = \rho u^i, \quad (1.4)$$

$$\Pi^{ik} = \Pi_{NS}^{ik} = \mu[\nabla^k u^i + \nabla^i u^k - (2/3)g^{ik}\nabla_j u^j] + \zeta g^{ik}\nabla_j u^j, \quad (1.5)$$

et

$$q^i = -\kappa\nabla^i T. \quad (1.6)$$

Ici les paramètres impliqués ρ , u_i , et p sont des grandeurs instantanées moyennées dans l'espace et Π_{NS}^{ik} est le tenseur des contraintes de Navier-Stokes. μ , ζ et κ sont respectivement les coefficients de viscosité dynamique, de viscosité en volume et de conductivité thermique.

Contrairement aux équations de Navier-Stokes, si les paramètres de l'écoulement ρ , u_i , et p sont définis comme des moyennes spatio-temporelles, le système (1.1) – (1.3) peut être fermé de deux autres manières, en particulier par

$$J^i = \rho(u^i - \frac{\tau}{\rho}[\nabla_j(\rho u^i u^j) + \nabla^i p]), \quad (1.7)$$

$$\Pi^{ik} = \Pi_{NS}^{ik} + \tau u^i[\rho u^j \nabla_j u^k + \nabla^k p] + \tau g^{ik}[u_j \nabla^j p + \gamma p \nabla_j u^j], \quad (1.8)$$

et

$$q^i = -\kappa\nabla^i T - \tau\rho u^i[u^j \nabla_j \varepsilon + pu_j \nabla^j(\frac{1}{\rho})], \quad (1.9)$$

où $\varepsilon = p/(\rho(\gamma - 1))$, et τ est un temps caractéristique du lissage temporel, pour lequel la relation suivante a été proposée : $\tau = (\gamma\mu)/(Sc\rho a^2)$, où a est la vitesse du son et Sc le nombre de Schmidt. Pour un gaz dilué $Sc \sim 1$, $a^2 = \gamma RT$, et $\tau = \mu/p$ - temps de relaxation de Maxwell, qui est un temps caractéristique proche du temps moyen entre collisions moléculaires.

Les équations (1.1)–(1.3), complétées par (1.7)–(1.9), sont les équations QGD, un système qui exprime les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale et qui est compatible avec le second principe de la thermodynamique.

Ces équations peuvent aussi être obtenues en prenant les moments sur l'espace des vitesses v_i de l'équation cinétique modèle

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_i v^i f^{(0)} = \nabla_i \tau \nabla_j v^i v^j f^{(0)} + \frac{f^{(0)} - f}{\tau}, \quad (1.10)$$

où $f = f(x_i, v_i, t)$ est la fonction de distribution à une particule, et $f^{(0)}$ est la fonction de distribution locale maxwellienne correspondante. Les équations macroscopiques obtenues peuvent être généralisées à des gaz avec $\gamma \neq 5/3$ et un nombre de Prandtl $Pr \neq 1$.

Pour des écoulements en faible déséquilibre, les moyennes spatio-temporelles et les moyennes spatiales sont similaires. Les systèmes QGD et NS diffèrent par des termes de l'ordre de $O(\tau)$. Pour des écoulements stationnaires, les équations QGD et NS diffèrent par des termes dont l'ordre asymptotique est $O(\tau^2)$ pour $\tau \rightarrow 0$, ou, dans les équations adimensionnelles, $O(Kn^2)$ pour $Kn \rightarrow 0$. L'approximation de la couche limite pour les équations QGD conduit au système classique d'équations de Prandtl.

2.1 Equations QGD en formulation axisymétrique

Les équations QGD ont été particularisées aux écoulements axisymétriques 2D [17]. Avec les coordonnées (r, z) utilisées dans le présent travail, elles s'écrivent sous forme vectorielle comme

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{F}{r} + \frac{\partial F_1}{\partial r} + \frac{\partial E}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \tau \left(\frac{\partial}{\partial z} V + p \frac{\partial Q_{p/\rho}}{\partial z} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial Q_p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r Q_1}{\partial r} + \frac{\partial Q_2}{\partial r} \right) + \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \tau \left(\frac{\partial r W_1}{\partial r} + r \frac{\partial W_2}{\partial r} + p \frac{\partial Q_{p/\rho}}{\partial r} + r \frac{p}{\rho} \frac{\partial Q_p}{\partial r} + r \frac{\partial Q_1}{\partial z} \right) &+ \\ \frac{\partial}{\partial r} \tau \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r G}{\partial r} + \frac{\partial Q_2}{\partial z} \right) - \frac{2\tau}{r^2} G. & \end{aligned} \quad (2.1)$$

On a utilisé les notations

$$\begin{aligned} U &= \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_z \\ \rho u_r \\ E \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u_z \\ \rho u_z^2 + p \\ \rho u_r u_z \\ u_z(E + p) \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho u_r \\ \rho u_r u_z \\ \rho u_r^2 \\ u_r(E + p) \end{pmatrix}, F_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ 0 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p u_r \\ 0 \end{pmatrix}, \\ V &= \begin{pmatrix} \rho u_z^2 + p \\ \rho u_z^3 + 3p u_z \\ \rho u_r u_z^2 + p u_r \\ u_z^2(E + 2.5p) + 0.5p u_r^2 \end{pmatrix}, Q_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma p / (\gamma - 1) \end{pmatrix}, Q_{p/\rho} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma p / (\rho(\gamma - 1) P r) \end{pmatrix}, \\ W_1 &= \begin{pmatrix} \rho u_r^2 \\ \rho u_r^2 u_z \\ \rho u_r^3 \\ u_r^2(E + 2p) \end{pmatrix}, W_2 = \begin{pmatrix} p \\ p u_z \\ 2p u_r \\ 0.5p(u_r^2 + u_z^2) \end{pmatrix}, Q_1 = \begin{pmatrix} \rho u_r u_z \\ u_r(\rho u_z^2 + p) \\ \rho u_r^2 u_z \\ u_r u_z(E + 2p) \end{pmatrix}, Q_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ p u_z \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

2.2 Conditions de l'écoulement et formules utiles

Nombre de Mach en sortie de tuyère Ma_e	5.813
Température d'arrêt T_0 (K)	1100
Pression d'arrêt p_0 (Pa)	16×10^5
Température en sortie de tuyère T_e (K)	141.8
Pression en sortie de tuyère p_e (Pa)	1230.
Vitesse en sortie de tuyère u_e (m/s)	1411.
Température dans le gaz ambiant T_∞ (K)	293.
Pression dans le gaz ambiant p_∞ (Pa)	1
Libre parcours moyen en sortie de tuyère λ_e (m)	1.397×10^{-6}
Nombre de Knudsen $Kn_e = \lambda_e/(2r_e)$	4.1×10^{-4}
Température des parois solides T_{w_1} (K)	293.
Température de paroi interne de la tuyère T_{w_2} (K)	450.

TAB. 2.1 – Conditions de l'écoulement, jet X

Les calculs ont été effectués pour le jet X, dont les conditions extraites de [3], sont données dans la table 2.1. Les indices e et ∞ désignent respectivement la section d'éjection de la tuyère et les conditions du gaz ambiant. Le rayon de sortie de la tuyère est $r_e = 1.7$ mm, et son rayon au col est $r_c = 0.2$ mm. La tuyère à un divergent conique de demi-angle $\alpha_e = 10^\circ$. Le nombre de Knudsen est défini comme $Kn_e = \lambda_e/(2r_e)$. Le gaz de travail est l'azote (N_2), avec $\gamma = 1.4$, $R = 296.8$ J/(kg.K).

Le coefficient de viscosité de l'azote est bien représenté par la formule de Sutherland modifiée

$$\mu = 1.374 \cdot 10^{-6} \frac{T^{3/2}}{T + 100}, \quad \text{pour } T > 100K, \quad (2.2)$$

$$\mu = 1.374 \cdot 10^{-6} \frac{T}{2\sqrt{100}}, \quad \text{pour } T < 100K, \quad (2.3)$$

où T est en Kelvin, et μ en Pa.s.

Toutefois, pour les présents calculs, le coefficient de viscosité a été introduit avec une dépendance en puissance de la température [24]

$$\mu = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^\omega, \quad (2.4)$$

tous les paramètres pour (2.4) ayant été pris suivant [7], à savoir $\omega = 0.74$, $\mu_{ref} = 1.656 \times 10^{-5}$ Pa.s, $T_{ref} = 273$ K.

Quelques formules utiles pour préparer les données sont indiquées ci-après :

Libre parcours moyen

$$\lambda = \frac{\mu}{\rho\sqrt{2\pi RT}} \times \frac{2(7-2\omega)(5-2\omega)}{15}. \quad (2.5)$$

Grandeurs d'arrêt

$$\frac{p_0}{p_e} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_e^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad \frac{T_0}{T_e} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_e^2, \quad \frac{\rho_0}{\rho_e} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_e^2\right)^{1/(\gamma-1)}. \quad (2.6)$$

La vitesse maximale pour le jet qui se détend dans le vide

$$U_{\max} = \sqrt{2\left(\frac{p}{\rho} \frac{\gamma}{\gamma-1} + \frac{u^2}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2p_0}{\rho_0} \frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.7)$$

est égale à 1512 m/s pour le cas considéré.

2.3 Formulation du problème et conditions aux limites

Le domaine de calcul est montré schématiquement sur la figure 2.1. La sortie de la tuyère est placée en $z = 0$. La frontière gauche du domaine est placée, soit en $z = -l_0 = -20 r_e$ (où r_e est le rayon de sortie de la tuyère), soit en $z = 0$.

Sur les frontières solides, la condition pour la vitesse tangentielle est une vitesse de glissement u_s , et la condition pour la température est un saut de température $T_s - T_{w1}$ par rapport à la température de paroi [7] – [19]. Les expressions données par les différents auteurs ont la même structure et diffèrent légèrement par leurs coefficients numériques. Ici on a utilisé la forme [16]

$$\begin{aligned} u_s &= \frac{1.012}{\rho} \sqrt{\frac{2}{RT}} \mu \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{n}} \right)_s, \\ T_s - T_{w1} &= \frac{2 - 0.827\alpha_e}{2\alpha_e} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{Pr} \frac{\sqrt{\pi}}{\rho\sqrt{2RT}} \mu \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \right)_s, \end{aligned} \quad (2.8)$$

où T_{w1} est la température de paroi. Le coefficient d'accommodation énergétique est supposé être $\alpha_e = 1$ [16].

Les conditions aux limites sont prises ainsi

– Sur la frontière gauche dans la section de sortie de la tuyère

$$\vec{u}(r) = \vec{U}(r), \quad p(r) = p_e, \quad T(r) = T_e(r),$$

en dehors de la tuyère (sur la paroi), suivant (2.8) :

$$\begin{aligned} u_z = 0, \quad u_r = u_s, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad T = T_s, \quad (\text{paroi verticale}) \\ u_r = 0, \quad u_z = u_s, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad T = T_s, \quad (\text{paroi horizontale}) \end{aligned}$$

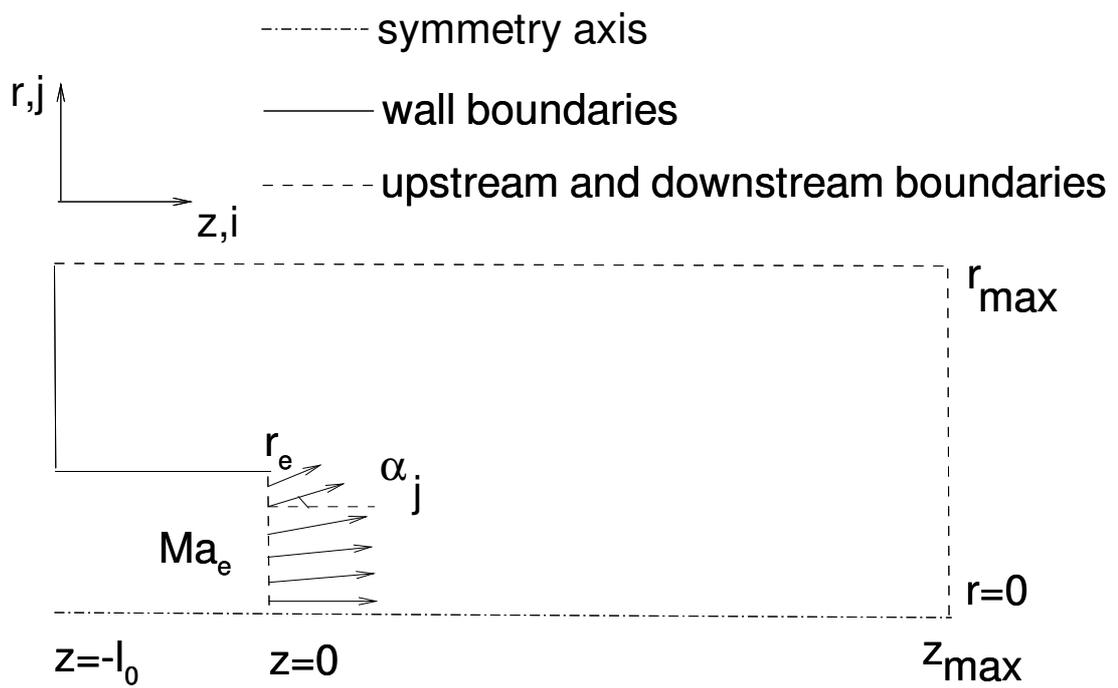


FIG. 2.1 – Domaine de calcul.

– Sur la frontière droite (aval), “soft conditions” :

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u_r}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

– Sur la frontière supérieure (latérale) : le gaz ambiant

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = 0, \quad u_r = 0, \quad p = p_\infty, \quad T = T_\infty. \quad (2.9)$$

ou des “soft conditions” pour une détente dans le vide

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u_r}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0. \quad (2.10)$$

– Sur l’axe de symétrie :

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = 0, \quad u_r = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0.$$

2.4 Conditions dans la tuyère

2.4.1 Profils de couche limite

Nous avons utilisé deux variantes pour la définition des profils de sortie de la tuyère.

La première est la suivante : les profils de vitesse et de température sont calculés suivant les relations des couches limites laminares [24]

$$\begin{aligned} \frac{U(y)}{u_e} &= \left(1.5 \frac{y}{\delta} - 0.5 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right), \\ \frac{T_e(y)}{T_e} &= 1 + \sqrt{Pr} \frac{\gamma - 1}{2} Ma_e^2 \left(1 - \left(\frac{U(y)}{u_e} \right)^2 \right) + \frac{T_{w2} - T_0}{T_e} \left(1 - \frac{U(y)}{u_e} \right), \end{aligned} \quad (2.11)$$

où y est la distance depuis la paroi et T_0 est la température d’arrêt, T_{w2} est la température de paroi, δ est l’épaisseur de couche limite. En dehors de la couche limite, les paramètres de l’écoulement sont pris uniformes.

A partir des conditions de l’écoulement, l’épaisseur de déplacement avait été estimée dans [2] par $\delta_1/r_e = 0.198$. La relation entre δ et δ_1 a été prise dans [1] en utilisant les formules suivantes pour l’écoulement le long d’une plaque plane presque isotherme

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{x} &= \frac{5.84}{\sqrt{Re_x}} \left(\frac{T_{w2}}{T_e} \right)^{\frac{\omega-1}{2}} \left(\frac{7}{10} + \frac{3}{10} \frac{T_{w2}}{T_e} + \frac{37}{315} \frac{\gamma-1}{2} Ma_e^2 \right), \\ \frac{\delta_1}{x} &= \frac{1.75}{\sqrt{Re_x}} \left(\frac{T_{w2}}{T_e} \right)^{\frac{\omega-1}{2}} \left(\frac{T_{w2}}{T_e} + \frac{74}{189} \frac{\gamma-1}{2} Ma_e^2 \right), \end{aligned} \quad (2.12)$$

où x est la distance le long de la plaque, Re_x est le nombre de Reynolds basé sur l'abscisse x . En utilisant les formules (2.12), on obtient

$$\delta = 3.337\delta_1 \left(\frac{7}{10} + \frac{3}{10} \frac{T_{w2}}{T_e} + \frac{37}{315} \frac{\gamma - 1}{2} Ma_e^2 \right) / \left(\frac{T_{w2}}{T_e} + \frac{74}{189} \frac{\gamma - 1}{2} Ma_e^2 \right) \quad (2.13)$$

À partir des paramètres de la table 2.1 on obtient la relation $\delta = 1.40257\delta_1$.

Pour prendre en compte la divergence de l'écoulement à la sortie de la tuyère, l'angle entre le vecteur vitesse et l'axe z a été pris variable entre 0 sur l'axe et le demi-angle de divergence α_e à la paroi. L'angle du vecteur vitesse dans la cellule j a été exprimé comme

$$\alpha_j = \alpha_e \frac{j - 1}{n - 1},$$

où n est le nombre de points de maillage le long du rayon de la tuyère. La vitesse de l'écoulement $U(r)$ a été décomposée comme

$$u_{ze}(r) = U(r) \cos \alpha_j \quad \text{and} \quad u_{re}(r) = U(r) \sin \alpha_j,$$

où r varie de 0 à r_e et α_j varie de 0 à α_e . La distance y à la paroi est exprimée comme

$$y = (r_e - r) \cos \alpha_e$$

dans les profils de couche limite (2.11).

Ainsi le présent calcul tient compte approximativement de la divergence et de la non uniformité de l'écoulement dans la section de sortie de la tuyère [14].

La seconde variante pour le profil de sortie de la tuyère repose sur l'utilisation du code NOZPLU. Les profils de vitesse, température et densité dans la section de sortie, obtenus par ces deux variantes sont très proches sauf pour de petites différences dans les vitesses u_r . Ils sont montrés dans les figures 2.2 – 2.5. Sur les figures, les profils obtenus suivant (2.11) pour les maillages B et C (Table 2.2) sont désignés respectivement par Schlichting (B) et Schlichting (C).

2.4.2 Approximation du débit dans la section de sortie

La section de sortie de la tuyère (indice e) est placée entre les noeuds $(1, j)$ et $(2, j)$. Les paramètres de l'écoulement dans la section de sortie sont exprimés comme, par exemple, $\rho_{e,j} = 0.5(\rho_{1,j} + \rho_{2,j})$. Prenant en compte que les paramètres dans la section de sortie sont des conditions aux limites connues, il est possible de calculer le paramètre au premier noeud du calcul, par exemple, $\rho_{1,j} = 2\rho_{e,j} - \rho_{2,j}$. Cette approche a été utilisée pour imposer la densité, la pression et la vitesse.

La valeur du débit, calculée par les grandeurs au col est estimée à $\mathcal{J} = 0.24$ g/s. Le débit à travers la section de sortie est calculée comme

$$\mathcal{J} = 2\pi \int_0^{r_e} \rho(r) u_{ze}(r) r dr \quad (2.14)$$

En utilisant les formules (2.11) on obtient $\mathcal{J} = 0.247$ g/s. Les calculs par les profils NOZPLU donnent $\mathcal{J} = 0.232$ g/s. La différence avec le débit au col est due essentiellement au caractère approximatif des profils de couche limite dans la section de sortie de la tuyère.

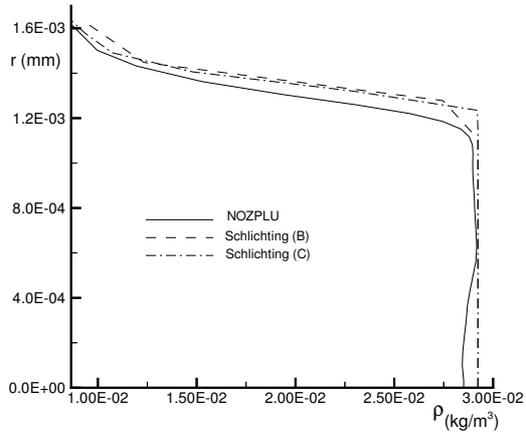


FIG. 2.2 – Profils de densité

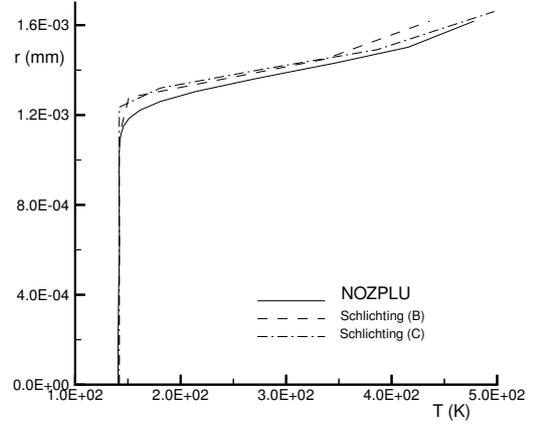


FIG. 2.3 – Profils de température

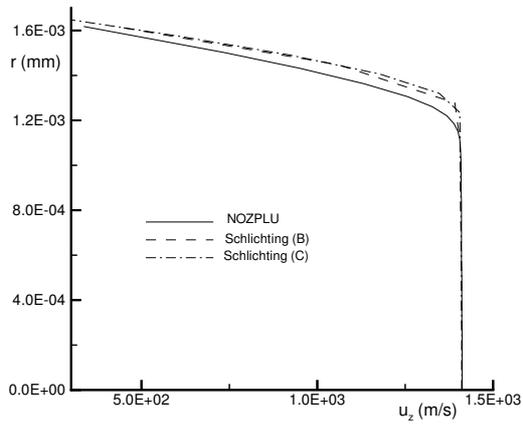


FIG. 2.4 – Profils des vitesses u_z

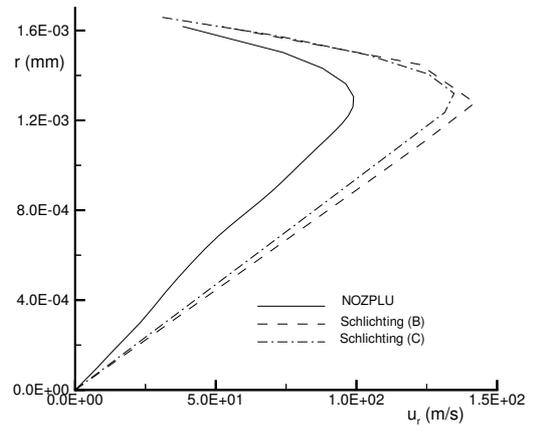


FIG. 2.5 – Profils des vitesses u_r

2.5 Algorithme numérique

Le domaine de calcul de la figure 2.1 est couvert par un maillage rectangulaire dont les pas sont h_r et h_z . Pour $r < r_e$ le maillage dans la direction radiale est uniforme, avec un pas noté $h_r = h_{r\min}$ dans la table 2.2. Au contraire, pour $r > r_e$, h_r augmente d'un facteur constant 1.05 entre deux cellules adjacentes. Le pas d'espace dans la direction axiale est uniforme $h_z = 10 h_{r\min}$. La limite du domaine de calcul dans la direction radiale, $r_{\max} = 30 r_e$, est prise suffisamment loin pour que la frontière latérale soit située entièrement dans le gaz ambiant au repos.

Pour la commodité du calcul, le système d'équations a été réduit sous forme adimensionnelle en utilisant les relations données dans [17]. Le calcul a été effectué en utilisant un schéma aux différences finies où les dérivées d'espace étaient approximées avec une précision d'ordre $O(h^2)$ (schéma centré). En résolvant le système d'équations QGD, des oscillations apparaissent dans les régions de fort gradient (habituellement près de la sortie de la tuyère). Pour résoudre ce problème, τ est remplacé dans les termes dissipatifs (sauf dans ceux qui comprennent des dérivés mixtes d'espace) par une valeur effective

$$\tau_{\text{eff}} = \tau + \beta \rho h a, \quad \text{où } a = \sqrt{\gamma RT}. \quad (2.15)$$

Le paramètre β reçoit la plus petite valeur possible qui assure la stabilité de la solution. Cette procédure est équivalente à l'introduction d'une viscosité artificielle dans les équations QGD en formulation (x, y) [11]. Les équations modifiées, en coordonnées axisymétriques, ont été données par ailleurs [17]. Cette méthode de calcul est similaire à l'approche bien connue "vector-splitting".

Les équations aux différences finies sont résolues par un algorithme explicite où la solution stationnaire est obtenue comme la limite d'une évolution temporelle. Le choix du pas de temps repose sur une condition de stabilité de la forme

$$\Delta t = \alpha \min(h/a). \quad (2.16)$$

Le calcul s'arrête quand l'état stationnaire est atteint suivant le critère

$$\varepsilon = \frac{1}{N_r N_z} \sum_h \left| \frac{\rho^{j+1} - \rho^j}{\rho^j \Delta t} \right| \leq 10^{-10}, \quad (2.17)$$

où j est l'indice du pas de temps. D'autres détails de l'algorithme de calcul sont donnés dans [17].

À l'instant initial ($t = 0$), l'écoulement est considéré comme un jet cylindrique uniforme, de rayon r_e caractérisé par p_e , T_e , $u_{ze} = u_e$ avec $u_r = 0$, au sein d'un gaz ambiant uniforme et immobile ($u_z = u_r = 0$) à la pression $p = p_\infty$ et à la température $T = T_\infty$.

Pour contrôler la convergence en maillage, les calculs ont été effectués pour 4 maillages donnés dans la table 2.2. Le pas d'espace minimal est indiqué pour chaque maillage. Enfin les calculs ont été effectués pour 8 variantes mentionnées dans la table 2.3.

Type de maillage	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Nombre de points	66×49	130×68	260×92	520×126
Pas minimal $h_{r \min}/r_e$	0.2	0.1	0.05	0.025

TAB. 2.2 – Maillages

Variante	Maillage	$p_\infty(Pa)$	Position de la paroi	τ_0
1	<i>A</i>	0	$z = 0$	τ_e
2	<i>B</i>	0	$z = 0$	τ_e
3	<i>C</i>	0	$z = 0$	τ_e
4	<i>D</i>	0	$z = 0$	τ_e
5	<i>B</i>	0	$z = 0$	$100 \tau_e$
6	<i>B</i>	1	$z = 0$	τ_e
7	<i>B</i>	0	$z = -20 r_e$	τ_e
8	<i>B</i>	1	$z = -20 r_e$	τ_e
9	<i>B</i>	0	$z = 0$	NS

TAB. 2.3 – Calculs QGD et NS

2.6 Algorithme modifié pour les écoulements raréfiés

Dans la construction des équations macroscopiques (NS aussi bien que QGD), on utilise un développement sur un petit paramètre τ (ou Kn sous forme adimensionnelle) autour de la distribution maxwellienne [7], [16]. Quand le nombre de Knudsen (ou le paramètre de Bird en supersonique) n'est plus très petit, les modèles macroscopiques perdent leur validité. Dans des calculs de jets, la zone affectée par ce problème est le champ lointain, où les équations QGD font apparaître une augmentation de température qui n'est pas physique [14]. Pour éliminer cet effet, certains auteurs ont utilisé les équations d'Euler au lieu des équations de Navier-Stokes [1], [25]. Dans le présent travail, l'algorithme qui repose sur les équations QGD a été modifié comme suit.

Pendant le calcul, la valeur de τ , du nombre de Knudsen local Kn et du paramètre de Bird \mathcal{P} est évaluée. Si τ dépasse un certain seuil τ_0 (correspondant à $Kn \geq Kn_0$), alors τ est pris constant et égal à τ_0 . Sinon, τ est calculé comme d'habitude par $\tau = \mu/p$. La valeur de Kn_0 , (et donc de τ_0) est choisie empiriquement dans l'intervalle $10^{-3} \leq Kn_0 \leq 0.5$.

La technique utilisée (avec une limitation de τ) permet d'assurer la viscosité correcte du gaz dans les régions denses ($Kn \leq Kn_0$). Dans les régions raréfiées, seule l'approche moléculaire (DSMC ou autres) est utilisable en principe. L'approche continue n'est donc plus valable quelle que soit la formulation de la viscosité (ou de τ), mais la technique utilisée permet néanmoins de la conserver pour poursuivre le calcul jusqu'aux frontières du domaine avec un système d'équations qui reste "raisonnable".

Le paramètre de Bird \mathcal{P} est calculé comme

$$\mathcal{P} = Ma \sqrt{\frac{\gamma\pi}{8}} \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial s}, \quad \text{où} \quad \frac{\partial \rho}{\partial s} = \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{u_z}{|u|} + \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{u_r}{|u|}, \quad \text{et} \quad |u| = \sqrt{u_z^2 + u_r^2}. \quad (2.18)$$

Le nombre de Knudsen local est $Kn = \lambda/2r_e$, où λ est calculé comme (2.5).

Les calculs présentés plus loin montrent que dans la gamme de Kn considérée, les résultats ne sont pas très sensibles au choix du seuil τ_0 .

2.7 Résultats et discussion

On a considéré deux valeurs de la pression dans le gaz ambiant, à savoir $p_\infty = 1 \text{ Pa}$ et $p_\infty = 0 \text{ Pa}$ qui correspond à une détente dans le vide. L'épaisseur de couche limite dans la section de sortie de la tuyère est estimée à $\delta = 0.277 r_e$ (suivant (2.13)). Toutes ces quantités correspondent aux conditions expérimentales de [3] indiquées dans la table 2.1.

Dans les figures, la concentration moléculaire est normalisée par la valeur $n_0 = 1.054 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$, calculée dans les conditions d'arrêt (2.6). Les profils calculés par (2.11) ont été utilisés dans la section de sortie.

Dans les figures 2.6 – 2.15, les distributions axiales des paramètres sont confrontées aux distributions expérimentales et à celles obtenues par les logiciels NOZJET et NOZPLU.

2.7.1 Dépendance du maillage

Dans les figures 2.6 – 2.10, la convergence en maillage pour les variantes 1–4 est représentée pour $\beta = 0.5$ (2.15). En diminuant les pas d'espace, on observe une convergence qui rapproche les résultats de ceux de l'expérience (Figs. 2.6 et 2.7) et de NOZPLU (Figs. 2.6 - 2.10). En diminuant le pas (diminution de la viscosité artificielle), la densité du champ lointain augmente, la température et la vitesse diminuent, cette dernière approchant de sa valeur limite (2.7). Notons que la vitesse obtenue par NOZPLU est toujours inférieure à U_{max} (2.7). La pression est moins affectée par une modification du pas.

2.7.2 Dépendance du seuil τ_0 et comparaison avec le modèle NS

Dans les figures 2.11 – 2.15, on met en évidence la dépendance du seuil τ_0 : la variante 2 correspond à $\tau_0 = \tau_e$ ou $Kn_0 = Kn_e$ et la variante 5 correspond à $\tau_0 = 100 \tau_e$ ou $Kn_0 \sim 0.1$. La dépendance de τ_0 est faible, en particulier pour la vitesse et la pression. La température est plus affectée par la valeur de τ_0 . L'augmentation de τ_0 entraîne une augmentation de la température du gaz dans le champ lointain.

Sur les mêmes figures, on voit la comparaison des équations QGD avec les équations NS (courbe 3). On voit que pour la distribution de densité, (Fig. 2.11), le modèle NS coïncide bien avec le modèle QGD quand $\tau_0 = \tau_e$. Mais pour d'autres paramètres, en particulier pour

la température et le nombre de Mach, le modèle NS s'écarte plus que le modèle QGD des données expérimentales et des résultats de NOZPLU et NOZJET. s

Dans les figures 2.16 et 2.17 la distribution de Kn et de \mathcal{P} est représentée pour la variante de base 2. A partir de la figure 2.17, on peut voir l'étendue de la zone continue ($\mathcal{P} \ll 1$ correspondant approximativement à $z < 0.03$ m sur l'axe). Il est important de noter que dans cette partie du domaine de calcul, les résultats ne sont pas affectés par la viscosité artificielle liée à l'introduction d'un seuil τ_0 . En revanche, comme on l'a vu plus haut, la viscosité artificielle liée au maillage a une influence dans l'ensemble du domaine de calcul (Figs. 2.8 et 2.13).

2.7.3 Dépendance de la pression extérieure

Dans la figure 2.18, on a représenté les distributions de pression pour les variantes 2 et 6. Pour la variante 2, la condition (2.10) a été appliquée sur la frontière supérieure. Pour la variante 6, les conditions aux limites sont (2.9). Le long de l'axe, ces variantes donnent des résultats similaires, les différences n'étant visibles que près de la frontière extérieure.

2.7.4 Dépendance de la position de la paroi

On a comparé les résultats relatifs à une tuyère affleurante et à une paroi en retrait (Figs. 2.19 et 2.20 pour les variantes 2 et 7). Les champs de densité ont été superposés. Les différences ne sont visibles que dans la région gauche du domaine de calcul. Le long de l'axe, les résultats sont similaires.

L'évolution de la densité près de la paroi, visible sur la figure 2.19 est celle attendue dans une couche limite le long d'une paroi "froide" (dont la température inférieure à la température de frottement) : vers la paroi, la température diminue, la pression est approximativement constante et la densité augmente.

Les variantes 7 et 8 concernent une tuyère en retrait et deux valeurs de la pression ambiante. Les résultats sont similaires, sauf pour la petite différence déjà mentionnée ci-dessus et dans la section précédente.

2.8 Conclusion

Les équations QGD, adaptées pour surmonter la difficulté liée à la zone raréfiée, se sont révélées un outil efficace pour traiter la partie dense du jet. La suite du présent rapport traite, par les mêmes méthodes, l'interaction de deux jets et l'interaction d'un jet avec une paroi. La convergence en maillage de la méthode des différences finies pour les équations QGD a été mise en évidence.

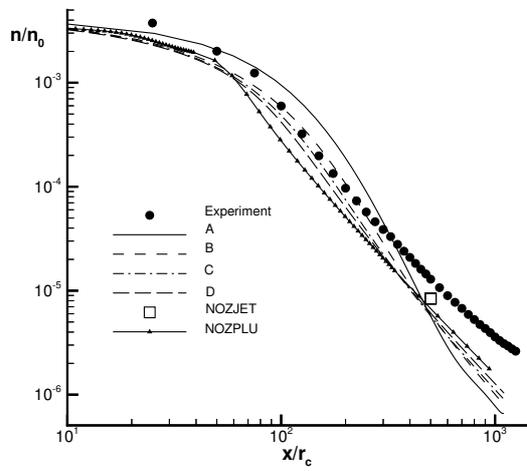


FIG. 2.6 – Concentration moléculaire sur l'axe z

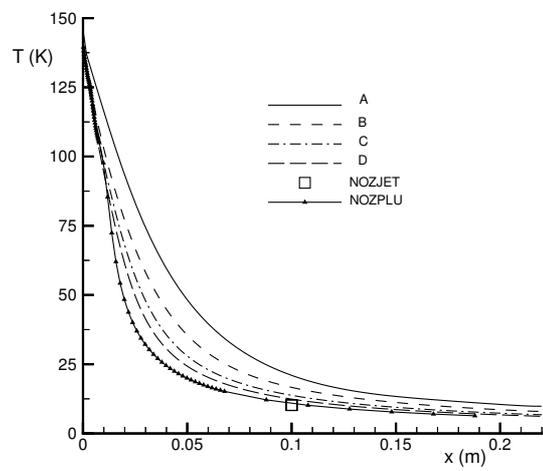


FIG. 2.8 – Température sur l'axe z

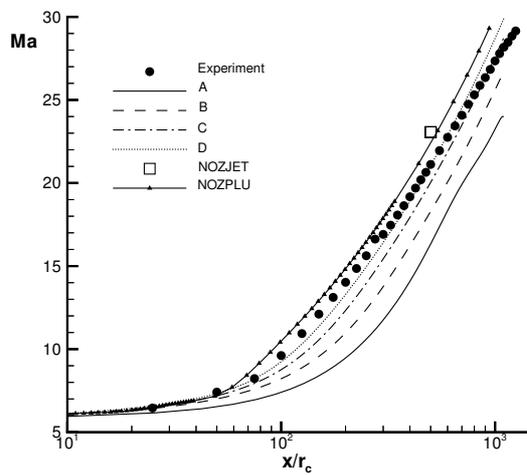


FIG. 2.7 – Nombre de Mach sur l'axe z

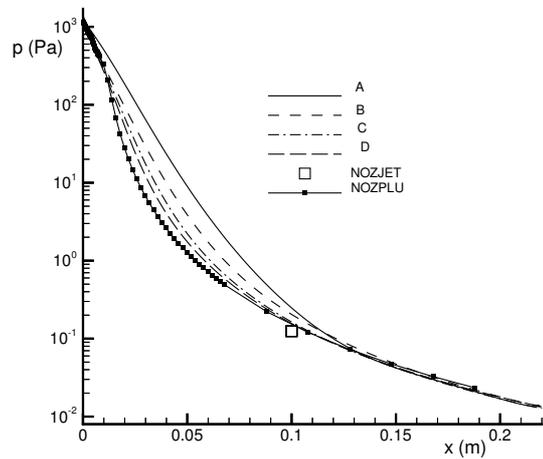


FIG. 2.9 – Pression sur l'axe z

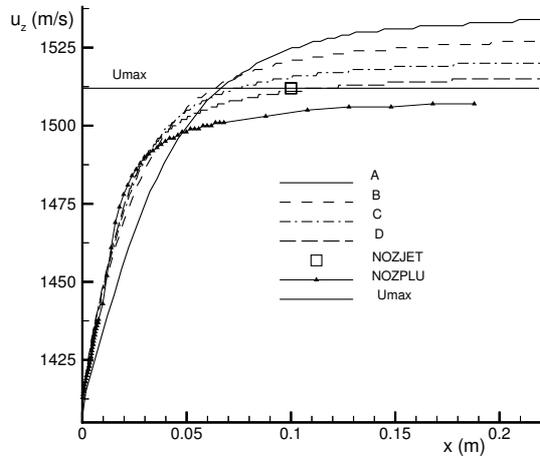


FIG. 2.10 – Vitesse u_z sur l'axe z

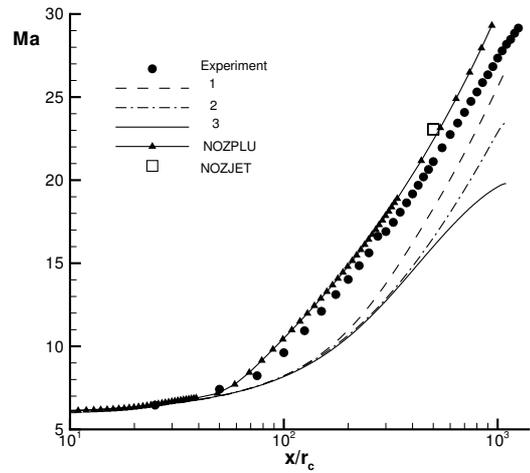


FIG. 2.12 – Nombre de Mach sur l'axe z , variante 2 pour $\tau_0 = \tau_e$ (courbe 1), variante 5 pour $\tau_0 = 100 \tau_e$ (courbe 2) et variante 9 pour le modèle NS (courbe 3)

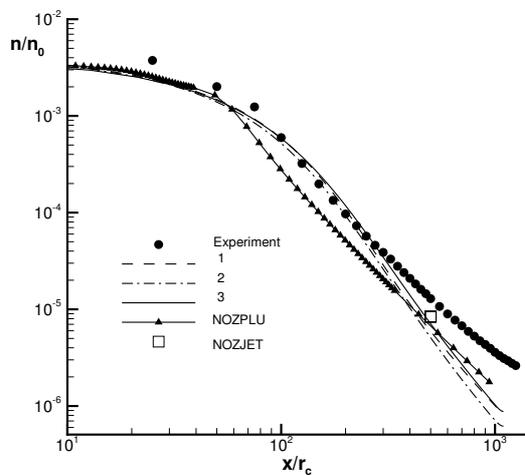


FIG. 2.11 – Concentration moléculaire sur l'axe z , influence de τ_0 , variante 2 pour $\tau_0 = \tau_e$ (courbe 1), variante 5 pour $\tau_0 = 100 \tau_e$ (courbe 2) et variante 9 pour le modèle NS (courbe 3)

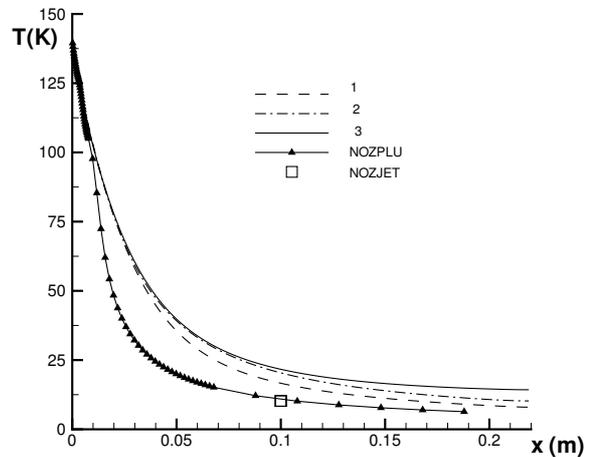


FIG. 2.13 – Température sur l'axe z , variante 2 pour $\tau_0 = \tau_e$ (courbe 1), variante 5 pour $\tau_0 = 100 \tau_e$ (courbe 2) et variante 9 pour le modèle NS (courbe 3)

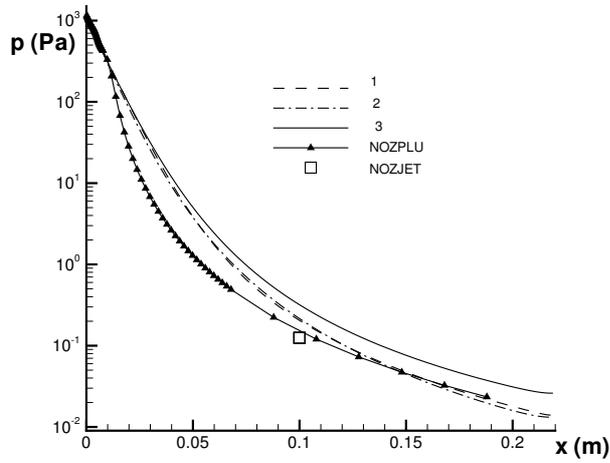


FIG. 2.14 – Pression sur l’axe z , variante 2 pour $\tau_0 = \tau_e$ (courbe 1), variante 5 pour $\tau_0 = 100 \tau_e$ (courbe 2) et variante 9 pour le modèle NS (courbe 3)

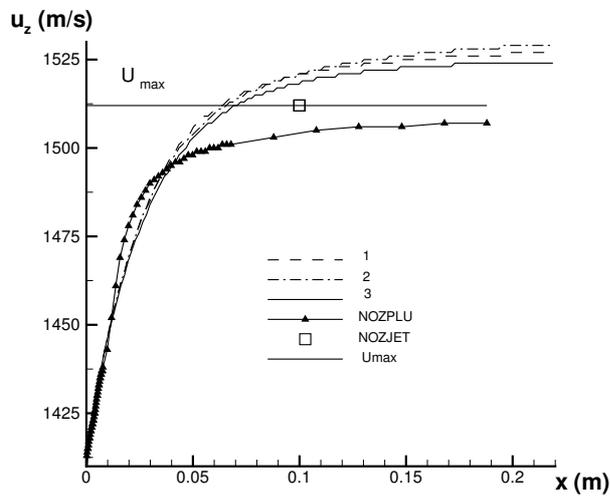


FIG. 2.15 – Vitesse u_z sur l’axe z , variante 2 pour $\tau_0 = \tau_e$ (courbe 1), variante 5 pour $\tau_0 = 100 \tau_e$ (courbe 2) et variante 9 pour le modèle NS (courbe 3)

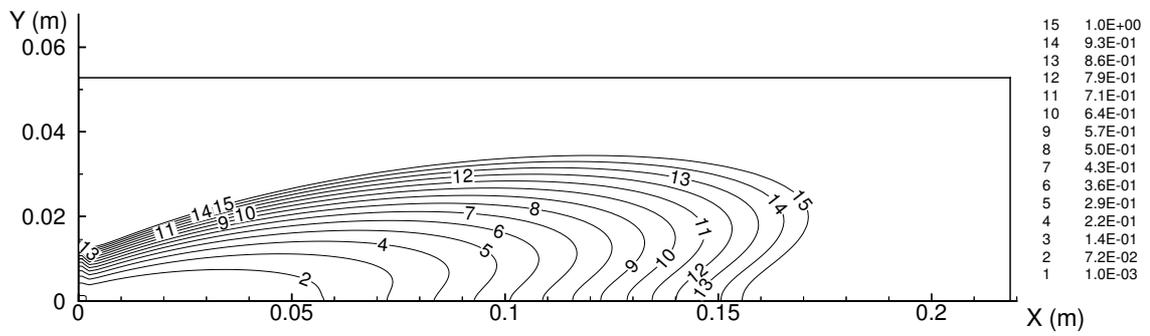


FIG. 2.16 – Nombre de Knudsen local Kn

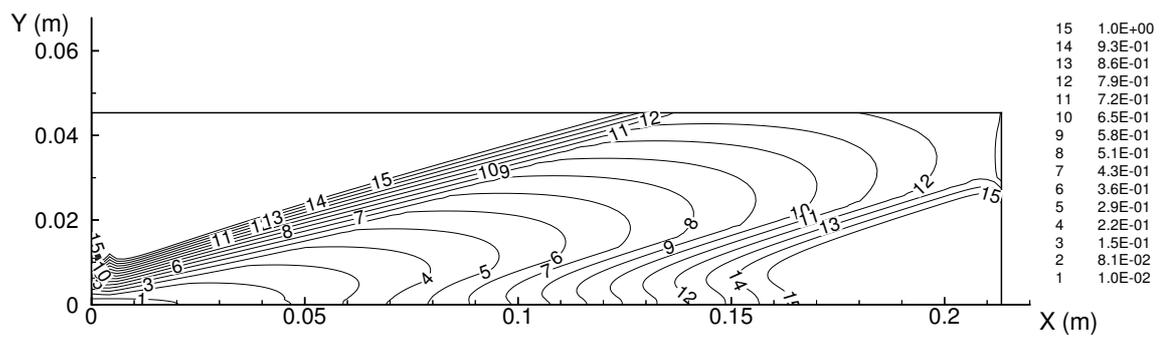


FIG. 2.17 – Paramètre de Bird \mathcal{P}

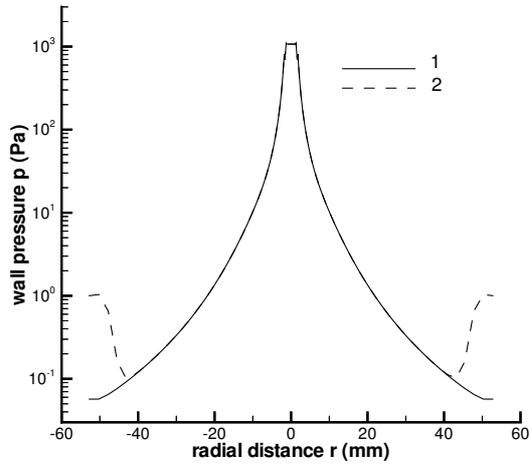


FIG. 2.18 – Distribution de pression le long de la paroi. Influence de la pression extérieure : variantes 2 (courbe 1) et 6 (courbe 2)

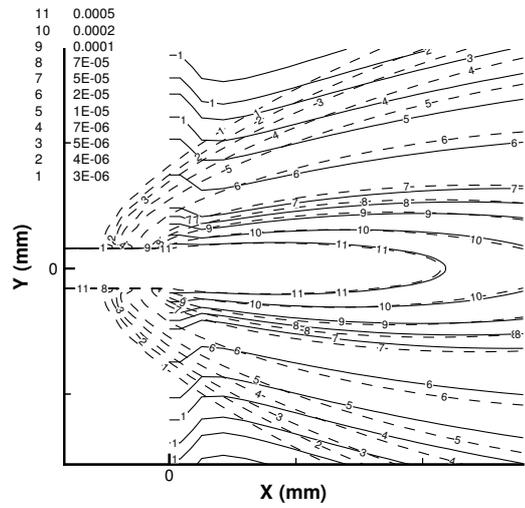


FIG. 2.20 – Concentration moléculaire pour deux positions de la frontière gauche : variantes 2 (lignes pleines) et 7 (lignes pointillées) - zoom au voisinage de la paroi

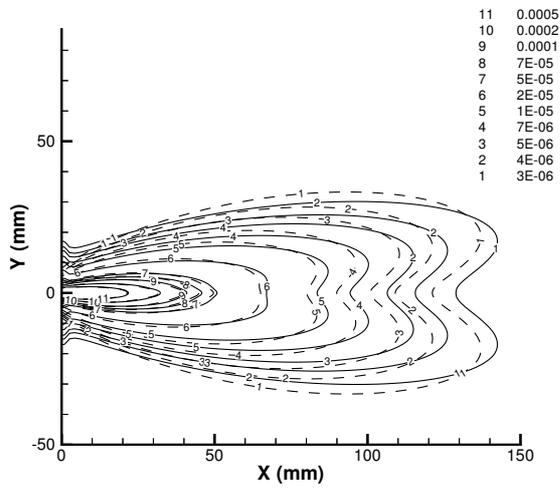


FIG. 2.19 – Concentration moléculaire pour deux positions de la frontière gauche : variantes 2 (lignes pleines) et 7 (lignes pointillées)

3.1 Modèle mathématique

L'interaction mutuelle de deux jets (I) est étudiée numériquement. Les équations quasi gazodynamiques (QGD) (voir chapitre 1) sont utilisées comme modèle mathématique. Le problème requiert une formulation tridimensionnelle et dans ce cas, le système QGD s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x} \rho u_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho u_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho u_z = \\
& \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 + p) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_x u_y) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_x u_z) + \\
& \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_y u_x) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_y u_z) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_z u_x) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_z u_y) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z^2 + p). \tag{3.1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \rho u_x + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y} \rho u_y u_x + \frac{\partial}{\partial z} \rho u_z u_x = \\
& \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^3 + 3u_x p) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_x^2 u_y + u_y p) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_x^2 u_z + u_z p) + \\
& \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 u_y + u_y p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y^2 u_x + u_x p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_x u_y u_z) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 u_z + u_z p) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_x u_y u_z) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z^2 u_x + u_x p). \tag{3.2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \rho u_y + \frac{\partial}{\partial x} \rho u_x u_y + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y^2 + p) + \frac{\partial}{\partial z} \rho u_z u_y = \\
& \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 u_y + u_y p) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_x u_y^2 + u_x p) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_x u_y u_z) + \\
& \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_y^2 u_x + u_x p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y^3 + 3u_y p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z u_y^2 + u_z p) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x u_y u_z) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_z u_y^2 + u_z p) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z^2 u_y + u_y p). \tag{3.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \rho u_z + \frac{\partial}{\partial x} \rho u_x u_z + \frac{\partial}{\partial y} \rho u_y u_z + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z^2 + p) = \\
& \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 u_z + u_z p) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_x u_y u_z) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_x u_z^2 + u_x p) + \\
& \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x u_y u_z) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y^2 u_z + u_z p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_y u_z^2 + u_y p) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_z^2 u_x + u_x p) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_z^2 u_y + u_y p) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z^3 + 3u_z p). \tag{3.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} E + \frac{\partial}{\partial x} (E u_x + p u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (E u_y + p u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (E u_z + p u_z) = \\
& \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial x} ((E + 2p) u_x^2 + \frac{1}{2} p (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)) + \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial y} ((E + 2p) u_x u_y) + \\
& \frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{\partial}{\partial z} ((E + 2p) u_x u_z) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial x} ((E + 2p) u_y u_x) + \\
& \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial y} ((E + 2p) u_y^2 + \frac{1}{2} p (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)) + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{\partial}{\partial z} ((E + 2p) u_y u_z) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial x} ((E + 2p) u_z u_x) + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial y} ((E + 2p) u_z u_y) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{\partial}{\partial z} ((E + 2p) u_z^2 + \frac{1}{2} p (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)) + \\
& Pr^{-1} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau p \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\rho} + \frac{\partial}{\partial y} \tau p \frac{\partial}{\partial y} \frac{p}{\rho} + \frac{\partial}{\partial z} \tau p \frac{\partial}{\partial z} \frac{p}{\rho} \right] + \\
& \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau \frac{p}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} p + \frac{\partial}{\partial y} \tau \frac{p}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} p + \frac{\partial}{\partial z} \tau \frac{p}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} p \right). \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Les notations sont usuelles et ont été définies au chapitre 1. On utilise l'équation d'état du gaz parfait

$$p = \rho \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T. \tag{3.6}$$

Le temps caractéristique local τ est le temps de relaxation de Maxwell

$$\tau = \mu/p, \quad (3.7)$$

où la viscosité dynamique μ est supposée varier avec la température comme

$$\mu = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^\omega. \quad (3.8)$$

La constante ω est reliée à l'interaction moléculaire. Pour l'azote N_2 , on a pris $\omega = 0.75$.

L'énergie volumique totale s'écrit

$$E = \frac{\rho \vec{u}^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1}. \quad (3.9)$$

3.2 Grandeurs adimensionnelles

Les équations sont rendues sans dimension par des grandeurs de référence définies comme suit : $\rho_{ref} = \rho_e$, $T_{ref} = T_e$, $u_{ref} = a_{ref} = \sqrt{\gamma(\mathcal{R}/\mathcal{M})T_{ref}}$ (la vitesse du son), L_{ref} . D'autres grandeurs de référence sont $p_{ref} = \rho_{ref} a_{ref}^2$, $t_{ref} = L_{ref}/a_{ref}$, $E_{ref} = p_{ref}$. Ici l'indice $()_e$ se rapporte aux conditions de sortie de la tuyère. Sous forme adimensionnelle, l'expression du système QGD (3.1)—(3.5) est inchangée, de même l'expression de l'énergie totale (3.9). L'équation d'état (3.6) devient

$$p = \frac{1}{\gamma} \rho T. \quad (3.10)$$

Pour obtenir l'expression sans dimension du temps de relaxation de Maxwell (3.7), on exprime d'abord la viscosité dynamique μ en fonction du libre parcours moyen λ sous la forme ([7], p. 90, 41) :

$$\lambda = \frac{\mu}{\rho \sqrt{2\pi(\mathcal{R}/\mathcal{M})T}} \times \frac{2(7 - 2\omega)(5 - 2\omega)}{15}. \quad (3.11)$$

En utilisant (3.8), on obtient l'expression sans dimension suivante :

$$\tau = \mu/p = \gamma^{\omega-0.5} \frac{15\sqrt{2\pi}}{2(7 - 2\omega)(5 - 2\omega)} \left(\frac{p}{\rho} \right)^\omega \frac{1}{p} \frac{\lambda_{ref}}{L_{ref}}. \quad (3.12)$$

On prend alors $L_{ref} = \lambda_{ref} = \lambda_e$, et on obtient

$$\tau = \mu/p = \gamma^{\omega-0.5} \frac{15\sqrt{2\pi}}{2(7 - 2\omega)(5 - 2\omega)} \left(\frac{p}{\rho} \right)^\omega \frac{1}{p}. \quad (3.13)$$

3.3 Formulation du problème et conditions de l'écoulement

On considère un domaine spatial parallélépipédique, dont l'une des frontières est une paroi solide qui contient les sections de sortie des deux tuyères. Les jets sont injectés dans le domaine perpendiculairement à la paroi. Cette configuration présente deux plans de symétrie, de sorte que l'on ne considère que le quart du domaine. Le domaine de calcul est limité par la paroi, deux plans latéraux, une frontière aval et deux plans de symétrie (Figure 3.1). La table 3.1 donne les conditions de l'écoulement et les paramètres du gaz.

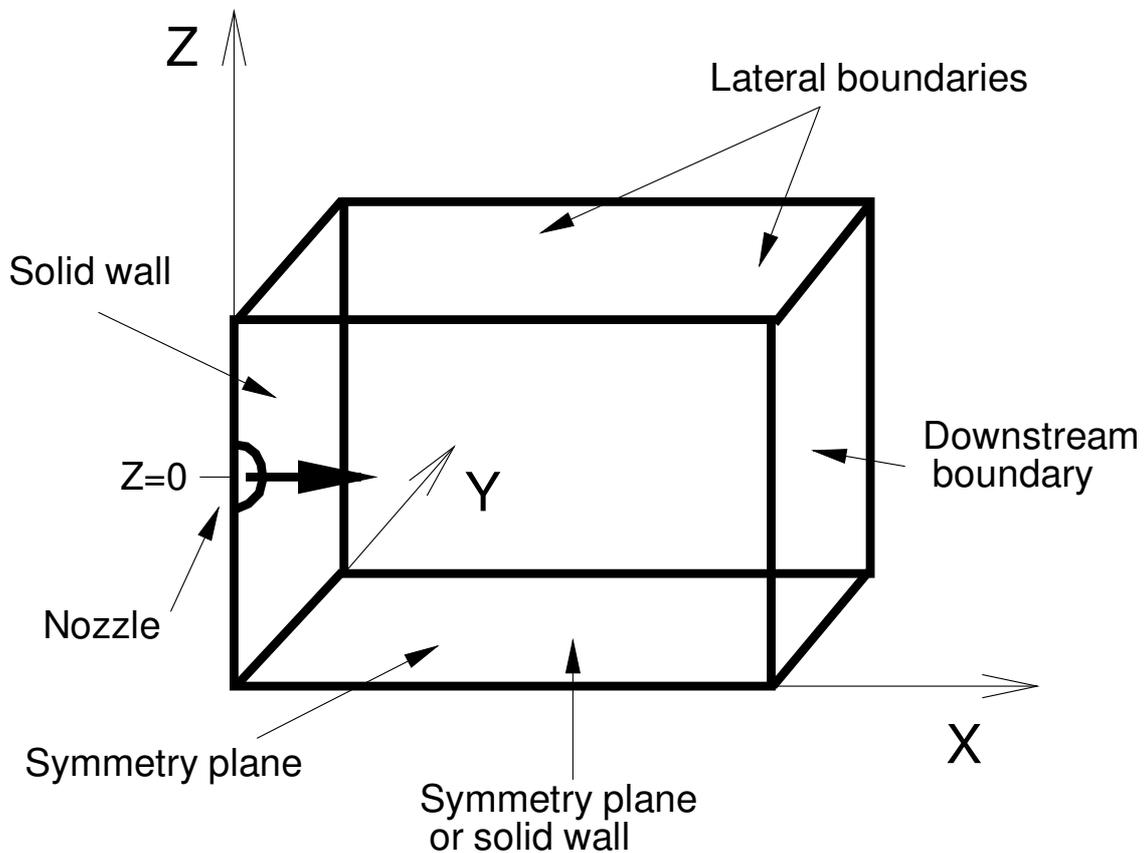


FIG. 3.1 – Domaine de calcul

	Jet I	Jet X
r_e (m)	1.6×10^{-3}	1.7×10^{-3}
λ_e (m)	1.304×10^{-6}	1.397×10^{-6}
Kn_e	4.07×10^{-4}	4.1×10^{-4}
Ma_e	5.781	5.813
T_e (K)	117.1	141.8
p_e (Pa)	954	1230
u_e (m/s)	1275	1411
p_∞ (Pa)	1	1
$T_\infty = T_w$ (K)	293	293

TAB. 3.1 – Paramètres de l'écoulement

3.4 Conditions aux limites

Un calcul préliminaire de l'écoulement de tuyère par le code NOZPLU a fourni les profils de couche limite qui ont été utilisés pour définir les conditions de l'écoulement à la sortie des tuyères. Une approximation linéaire a été utilisée pour obtenir les valeurs aux points du maillage (voir plus loin les détails).

Sur la frontière solide, on a tenu compte du glissement de vitesse tangentielle u_τ^S et du saut de température $T^S - T^W$, en utilisant les expressions suivantes [16] :

$$\begin{aligned}
u_\tau^S &= \frac{1.012}{\rho} \mu \sqrt{\frac{2}{(\mathcal{R}/\mathcal{M})T}} \left(\frac{\partial u_\tau}{\partial n} \right), \\
T^S - T^W &= \frac{2 - 0.827\alpha_e}{2\alpha_e} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{Pr} \frac{\sqrt{\pi}}{\rho \sqrt{2(\mathcal{R}/\mathcal{M})T}} \mu \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right),
\end{aligned} \tag{3.14}$$

où T^W la température de paroi. Le coefficient d'accommodation α_e a été supposé égal à l'unité [16]. Sous forme adimensionnelle, on écrit :

$$\begin{aligned}
u_\tau^S &= 1.012 \cdot \sqrt{2} \tau \sqrt{\frac{\bar{p}}{\rho}} \left(\frac{\partial u_\tau}{\partial n} \right), \\
T^S - T^W &= \frac{2 - 0.827\alpha_e}{2\alpha_e} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{Pr} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \tau \sqrt{\frac{\bar{p}}{\rho}} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right).
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Les conditions aux limites ont été prises comme suit :

– Sur les sections de sortie des tuyères :

$$\vec{u}(y, z) = \vec{u}_e(y, z), \quad p(y, z) = p_e(y, z), \quad \rho(y, z) = \rho_e(y, z),$$

– sur la paroi solide

$$u_n = 0, \quad u_\tau = u_\tau^S, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad T = T^S,$$

où u_τ^S et T^S sont définis par (3.15).

$r^{(1)} = 5.657 \times 10^{-4} \text{ m}$	$r^{(2)} = 1.265 \times 10^{-3} \text{ m}$
$\rho^{(1)} = 2.663 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$	$\rho^{(2)} = 2.118 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$
$T^{(1)} = 116.1 \text{ K}$	$T^{(2)} = 184.9 \text{ K}$
$u_x^{(1)} = 1.272 \times 10^3 \text{ m/s}$	$u_x^{(2)} = 1.118 \times 10^3 \text{ m/s}$
$u_r^{(1)} = 99.13 \text{ m/s}$	$u_r^{(2)} = 2.142 \times 10^2 \text{ m/s}$
$ u_y^{(1)} = u_z^{(1)} = u_r^{(1)}/\sqrt{2}$	$ u_y^{(2)} = u_r^{(2)} \cdot 3/\sqrt{10}, u_z^{(2)} = u_r^{(2)}/\sqrt{10}$

TAB. 3.2 – Valeurs utilisées pour les profils dans les sections de sortie des tuyères

- Sur la frontière droite (aval), des “soft conditions” :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0.$$

- Sur la frontière latérale, des “soft conditions”, pour une sortie dans le vide :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (3.16)$$

ou les conditions du gaz ambiant si $p_\infty \neq 0$

$$\frac{\partial u_\tau}{\partial n} = 0, \quad u_n = 0, \quad \rho = \rho_\infty, \quad p = p_\infty. \quad (3.17)$$

- Sur les plans de symétrie :

$$u_n = 0, \quad \frac{\partial u_\tau}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0.$$

3.5 Algorithme numérique

On a utilisé la méthode des différences finies. Le domaine de calcul est couvert par un maillage rectangulaire non uniforme. La figure 3.2 illustre l’approximation utilisée pour estimer les conditions de sortie des tuyères. Il y a 12 points de maillage dans la section de sortie de chaque tuyère (10 en raison de la symétrie). La distance de ces points au centre de la tuyère est soit $r^{(1)}$, soit $r^{(2)}$. Ainsi il suffit de connaître les paramètres de l’écoulement à deux valeurs du rayon ($r^{(1)}$ et $r^{(2)}$). La table 3.2 montre ces valeurs, calculées par approximation linéaire à travers les résultats de NOZPLU pour le jet I. Les composantes de vitesse suivant y et z sont déterminées à partir de la composante radiale u_r .

Pour le jet X, les valeurs correspondantes sont légèrement différentes en raison de différences sur le rayon de la tuyère, son demi-angle et son débit. Dans le cas de la simulation du jet X avec un maillage fin (variante D, page 34), davantage de points de maillage tombent dans la section de sortie et la table ci-dessus est modifiée en conséquence. Dans les deux cas (maillage normal et fin) les profils en section d’éjection de la tuyère pour le jet X sont les suivants : profil de pression constant, profil de densité linéaire avec un maximum sur l’axe (assurant le

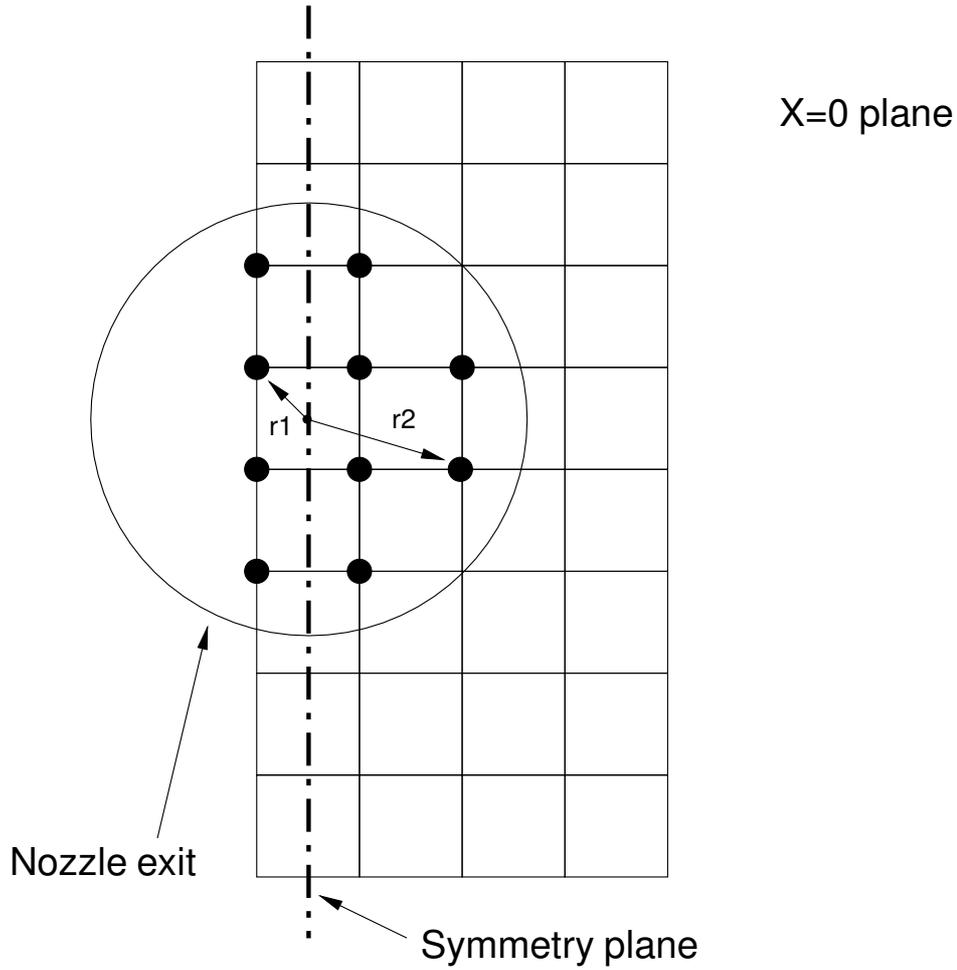


FIG. 3.2 – Domaine de calcul

débit correct), module de la vitesse constant, profil de vitesse radiale assurant le demi-angle correct de la tuyère (comme au paragraphe 2.4).

La frontière gauche (paroi solide et sections de sortie des tuyères) est placée entre le premier et le second noeud du maillage dans la direction x ($0, j, k$ and $1, j, k$). Les paramètres à la sortie de la tuyère s'expriment, par exemple, comme $\rho_{ejk} = 0.5(\rho_{0jk} + \rho_{1jk})$.

Le débit à travers la tuyère est estimé à 0.200 g/s pour le jet I et à 0.241 g/s pour le jet X, d'après les conditions au col. Dans le présent calcul, en raison de la discrétisation, on trouve un débit égal à

$$\mathcal{J} = \int \rho u_x dy dz \approx 4h_{yz}^2 \rho^{(1)} u_x^{(1)} + 8h_{yz}^2 \rho^{(2)} u_x^{(2)}$$

$$\begin{aligned}
&= (r_e/2)^2(4\rho^{(1)}u_x^{(1)} + 8\rho^{(2)}u_x^{(2)}), \\
&\mathcal{J} \approx 0.216 \text{ g/s pour le jet I,} \\
&\mathcal{J} \approx 0.247 \text{ g/s pour le jet X, maillage normal,}
\end{aligned}$$

où l'intégration est faite sur toute la section de sortie de la tuyère dans le plan YZ et calculée par une approximation rectangulaire. Ainsi, le débit est simulé correctement (à 5% près), malgré le petit nombre de points dans la section de sortie. Dans le cas du jet X avec un maillage fin, (variante D, page 34), davantage de noeuds tombent dans la section de sortie et la formule d'intégration a été modifiée. On trouve alors un débit de $\mathcal{J} = 0.241$ g/s (calculé avec la même intégration par approximation rectangulaire).

Les calculs ont été effectués avec un schéma aux différences finies centrées d'une précision $O(h^2)$. Pour surmonter le problème habituel des oscillations dans les régions de fort gradient (près de la section de sortie), τ est remplacé dans les termes dissipatifs (sauf ceux contenant des dérivées spatiales mixtes) par une valeur effective qui s'écrit sous forme adimensionnelle

$$\tau_{\text{eff}} = \tau + \beta h_{\min}/\sqrt{T}, \quad (3.18)$$

où h_{\min} est le pas de maillage minimal. Cette procédure est semblable à l'approche bien connue dite "vector-splitting".

Le schéma aux différences finies a été résolu par une approche explicite où la solution stationnaire est obtenue comme la limite d'un processus évoluant dans le temps. Le choix du pas le temps repose sur la condition de stabilité.

$$h_t = \alpha \min(h/a), \quad (3.19)$$

où h représente le pas de maillage et a et la vitesse locale du son.

Le calcul cesse quand la condition stationnaire est atteinte suivant le critère

$$\varepsilon = \frac{1}{N_x N_y N_z} \sum \left| \frac{\rho^{j+1} - \rho^j}{\rho^j h_t} \right| \leq \varepsilon_0, \quad (3.20)$$

où j est l'indice du pas de temps, la sommation s'effectuant sur l'ensemble du maillage.

Le champ initial consiste en un cylindre de gaz, le long de l'axe de la tuyère, dans des conditions uniformes correspondant aux conditions d'éjection. Ce cylindre est entouré d'un gaz au repos

- dans les conditions du gaz ambiant si $p_\infty \neq 0$,
- dans des conditions arbitraires (à basse pression) si $p_\infty = 0$.

Comme expliqué au chapitre 1, les équations macroscopiques perdent leur validité dans les régions de grand nombre de Knudsen et cet effet conduit à une augmentation non physique de la température du gaz quand on s'éloigne trop des tuyères. Pour surmonter ce problème et permettre au calcul de se poursuivre dans l'ensemble du champ d'écoulement, le temps de relaxation de Maxwell τ a été pris constant sur l'ensemble du domaine, égal à sa valeur dans les conditions d'éjection des tuyères.

Implémentation sur ordinateur parallèle.

Le problème du jet est coûteux en temps de calcul et peut avantageusement tirer profit des ordinateurs parallèles. La méthode numérique implémentée ici a un parallélisme structurel interne et l'usage de ordinateurs parallèles semble naturel.

Le standard "Message Passing Interface" (MPI) a été utilisé pour l'échange de données entre les processeurs. Les calculs ont été effectués sur un cluster multiprocesseur avec mémoire distribuée. Un code parallèle est construit par une technique de décomposition de domaines (parallélisme géométrique). Cela signifie que tout le domaine de calcul est divisé en sous-domaines dont le nombre est égal au nombre de processeurs utilisés. Pour le présent travail, on a utilisé le cluster du Laboratoire d'Aérodynamique composé de 24 ordinateurs équipés de microprocesseurs Intel Pentium III.

Des estimations de l'efficacité montrent que l'algorithme numérique utilisé (explicite en temps sur une approximation homogène en espace pour les équations QGD) permet un usage efficace du cluster multiprocesseur.

3.6 Résultats et discussion

Les calculs ont été effectués pour des conditions d'écoulement aussi proches que possible des conditions expérimentales (Table 3.1). Des calculs ont été effectués également pour des configurations légèrement différentes, non étudiées expérimentalement. Les résultats se divisent en trois groupes avec des sous-groupes :

- Jets parallèles I, distance entre axes des jets $2H = 50$ mm
 - A : pression ambiante $p_\infty = 1$ Pa, correspondant à l'expérience ;
 - B : pression ambiante nulle (pas de résultats expérimentaux) ;
- jet seul X avec plaque parallèle, pression ambiante $p_\infty = 1$ Pa, distance entre axe du jet et plaque $H = 17$ mm, correspondant à l'expérience ;
 - C : maillage normal
 - D : maillage fin
 - E : position de la tuyère dans le domaine à $x = 117.3$ mm
- Jets I convergents, angle entre les axes des jets 26.5 degrés, pression ambiante nulle (pas de résultats expérimentaux)
 - F : distance entre axes des jets $2H = 50$ mm en sortie de tuyères (comme pour B sauf la convergence)
 - G : distance entre axes des jets $2H = 145.6$ mm.

Bien que des grandeurs sans dimension aient été introduites pour le calcul, les résultats sont présentés sous la forme dimensionnelle habituelle. Le pas dans les directions y et z est uniforme à l'intérieur des jets et augmente d'un facteur constant 1.05 entre cellules adjacentes en dehors des jets. Le pas de temps adimensionnel (3.19) était $h_t = 10$, le paramètre de régularisation était $\beta = 0.5$. Le nombre de points de maillage indiqué ci-dessous est le nombre utilisé effectivement dans le calcul (et non pas multiplié par 2 ou 4 en raison de la symétrie). Le flux de chaleur normal a été calculé comme

$$q = \kappa \frac{\partial T}{\partial n} + \mu u_\tau \frac{\partial u_\tau}{\partial n} = \frac{1}{Pr} \frac{\gamma}{\gamma - 1} p \tau \frac{\partial p}{\partial n} \frac{1}{\rho} + p \tau u_\tau \frac{\partial u_\tau}{\partial n}.$$

Le nombre de pas de temps pour obtenir une solution stable était de l'ordre de 10^4 – 10^5 ($\varepsilon_0 \approx 10^{-5}$, voir (3.20)), ce qui prend environ 10 heures de temps machine avec 8 processeurs Pentium III, travaillant en parallèle.

3.6.1 Résultats pour les jets I parallèles (variantes A et B)

La grille de calcul ($N_x \times N_y \times N_z$) était $140 \times 43 \times 74$; le pas dans la direction x était $h_x = r_e = 1.6$ mm; le pas minimal dans les directions y et z était $h_{yz} = r_e/2 = 0.8$ mm.

Les figures 3.3–3.4 représentent les lignes isodensité dans le plan ($x, y = 0, z$) respectivement pour des pressions ambiantes $p_\infty = 1$ Pa (variante A) et $p_\infty = 0$ (variante B). Sur les figures, le domaine de calcul a été doublé pour reproduire la symétrie. La concentration moléculaire n a été normalisée par sa valeur dans les conditions génératrices $n_0 = 9.657 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$. Dans les présents résultats numériques, l'interaction entre les jets commence à une distance x un peu plus petite que dans l'expérience. À part cette petite différence, les contours calculés sont en bon accord avec les contours expérimentaux ([5], Fig. 3–4 et [3], Fig.29).

Les figures 3.5–3.8 représentent les lignes isothermes et isobares. Les températures sont normalisées par la température génératrice $T_0 = 900$ K.

Les figures 3.9–3.10 représentent le vecteur vitesse dans le même plan et quelques lignes de courant. On note qu'il n'y a pas d'écoulement de retour.

Les figures 3.11–3.12 représentent la distribution du nombre de Knudsen local défini ici comme $\lambda/(2r_e)$.

Les figures 3.13–3.16 représente la distribution bidimensionnelle de pression et de flux thermique à la paroi solide ($x = 0$).

Commentaire sur le flux thermique : En fait, le flux thermique ne peut pas être calculé quantitativement en raison d'un maillage relativement grossier au voisinage de la paroi. Mais surtout, une autre raison est la limitation $\tau = \tau_e$ utilisée dans les calculs, ce qui induit une limitation non physique des coefficients de viscosité μ et de conductivité thermique κ et ce qui fausse l'estimation des flux thermiques.

Les figures 3.17–3.18 représentent la distribution de pression et de flux thermique le long de la ligne qui relie les tuyères ($x = 0, y = 0$). On donne les résultats pour $p_\infty = 1$ Pa (variante A) et pour une détente dans le vide (variante B). Les valeurs du flux thermique q ne peuvent présenter qu'un accord qualitatif avec l'expérience [5], Figs. 15, 16.

Les figures 3.19–3.20 représentent les valeurs sur l'axe ($z = 0, y = 0$) pour la concentration moléculaire, normalisée par sa valeur $n_0 = 9.657 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$, et pour le nombre de Mach. On donne les résultats pour $p_\infty = 1$ Pa (variante A) et pour une détente dans le vide (variante B). Ils sont comparés avec les résultats expérimentaux donnés par [3], Table 3. L'abscisse x est normalisée par $r_c = 0.2$ mm. La distribution de concentration moléculaire est proche de sa valeur expérimentale. Elle est tout à fait insensible à la pression ambiante. L'interaction entre les jets est visible aux grandes abscisses sur les résultats numériques, alors qu'elle n'apparaît

pas encore sur les résultats expérimentaux. Pour de grandes abscisses, les valeurs calculées du nombre de Mach sont plus petites que celles estimées à partir des expériences avec un tube de Pitot. Mais l'écart apparaît dans un domaine où la température n'est que quelques Kelvins et où le nombre de Mach n'est pas significatif en raison d'un fort déséquilibre translationnel, ce qui affecte les mesures au tube de Pitot.

Les figures 3.21–3.22 représentent les profils transversaux de concentration moléculaire. Les résultats obtenus pour $p_\infty = 1$ Pa (variante A) et pour une détente dans le vide (variante B) sont voisins. On peut noter un accord avec les résultats expérimentaux ([3], Fig. 25).

3.6.2 Résultats pour le jet X seul avec une plaque parallèle (variantes C, D, E)

Pour les variantes présentées dans cette section, le plan de symétrie à $z = 0$ est remplacé par une paroi solide (Fig. 3.1).

Pour les variantes C et E, la grille de calcul ($N_x \times N_y \times N_z$) était $140 \times 42 \times 62$; le pas dans la direction x était $h_x = r_e = 1.7$ mm; le pas minimal dans les directions y et z était $h_{yz} = r_e/2 = 0.85$ mm.

Pour la variante D, la grille était $140 \times 56 \times 96$; le pas dans la direction x était $h_x = r_e = 1.7$ mm; le pas minimal dans les directions y et z était $h_{yz} = r_e/4 = 0.425$ mm.

Les variantes C et D sont identiques sauf que le maillage était deux fois plus fin dans les directions y et z pour la variante D. Dans ce cas, le schéma d'approximation des conditions de sortie de la tuyère est différent de celui indiqué sur la figure 3.2.

Les résultats correspondants sont montrés sur les figures 3.23–3.32 et mettent en évidence la dépendance en maillage de la concentration moléculaire, de la température, de la vitesse et du libre parcours moyen local.

Les figures 3.23–3.24 représentent les lignes isodensité dans le plan $(x, y = 0, z)$. La concentration moléculaire est normalisée par sa valeur $n_0 = 1.054 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$. Les lignes calculées sont en bon accord avec les résultats expérimentaux ([3], Fig.24). Notons que les résultats obtenus avec le maillage le plus fin (Fig.3.24) sont plus proches des valeurs expérimentales que ceux obtenus avec le maillage normal (Fig. 3.23).

Les figures 3.25–3.28 représentent les lignes isothermes et isobares. Les températures sont normalisées par $T_0 = 1100$ K.

Les figures 3.29–3.30 représente les vecteurs-vitesses calculés dans le même plan et quelques lignes de courant. Pour les deux maillages, il n'y a pas d'écoulement de retour, comme c'était le cas pour les variantes A et B (Figs. 3.9–3.10).

Les figures 3.31–3.32 représentent la distribution du nombre de Knudsen local défini ici comme $\lambda/(2r_e)$.

Les figures 3.33–3.36 présentent les profils transversaux de concentration moléculaire. Ils sont en bon accord avec les résultats expérimentaux ([3], Figs. 21, 22.)

Les figures 3.37–3.40 représentent les distributions bidimensionnelles de pression et de flux thermique à la paroi ($z = 0$). Rappelons que le flux thermique calculé n'est pas significatif (cf. page 33).

Les figures 3.41–3.42 représentent les distributions longitudinales le long de la paroi ($z = -17$ mm, $y = 0$) pour la pression et le flux thermique. Elles sont comparées aux résultats expérimentaux de [2], Fig. 5 et de [4], Table 2A. Le profil de pression obtenu avec le maillage fin est plus proche des valeurs expérimentales que celui obtenu avec le maillage normal. Cela confirme la convergence de la méthode des différences finies.

La figure 3.42 présente les flux thermiques expérimentaux et calculés, à des fins de comparaison (mais les valeurs calculées ont été multipliées par 25 !). La distribution de flux thermique dépend fortement du maillage, contrairement à la densité, à la pression et la vitesse.

La figure 3.43 représente la distribution transversale de pression à la paroi ($x = 40$ mm, $z = -17$ mm), comparée également aux résultats expérimentaux de [2], Fig 7. Les profils expérimentaux obtenus par le maillage fin sont plus proches de l'expérience que ces obtenus par le maillage normal.

Les résultats suivants correspondent à la variante E, qui est la même que C, sauf que la tuyère a été avancée à l'intérieur du domaine de calcul, sa section de sortie étant en $x = 117.3$ mm. Ainsi le mur vertical est loin derrière la tuyère et n'affecte pas l'écoulement le long de la plaque en arrière de la tuyère. Dans ce cas, le domaine de calcul diffère de celui représenté sur la figure 3.1. Cette configuration a été testée pour mettre en évidence un éventuel écoulement de retour qui aurait été empêché par la présence d'une paroi verticale en $x = 0$.

Les figures 3.44,–3.46 représentent les courbes isodensité (la concentration moléculaire étant normalisée par $n_0 = 1.054 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$), les vecteurs-vitesses et quelques lignes de courant et la distribution longitudinale de pression à la paroi, correspondant aux figures 3.23, 3.29, 3.41. On peut voir (Fig. 3.45) un écoulement entrant à travers la frontière latérale supérieure, ce qui conduit à débit additionnel. Le profil de pression (Fig. 3.46) n'est pas si près du profil expérimentale que celui présenté sur la figure 3.41. Néanmoins le calcul de la variante E montre l'absence d'écoulement de retour même en l'absence de paroi verticale

3.6.3 Résultats pour des jets I convergents (variantes F et G)

Les conditions de la variante F sont les mêmes que pour la variante B, sauf que les jets convergent au lieu d'être parallèles. L'angle entre les axes des jets est égal à 26.5 degrees. La grille de calcul ($N_x \times N_y \times N_z$) était $140 \times 43 \times 74$; le pas dans la direction x était $h_x = r_e = 1.6$ mm; le pas minimal dans les directions y et z était $h_{yz} = r_e/2 = 0.8$ mm.

La variante G est la même que F sauf pour la distance entre tuyères ($2H = 145.6$ mm). La grille de calcul était $140 \times 43 \times 134$; le pas dans la direction x était $h_x = r_e = 1.6$ mm; le pas minimal dans les directions y et z était $h_{yz} = r_e/2 = 0.8$ mm.

Les figures 3.47–3.48 représentent les lignes isodensité calculées dans le plan ($x, y = 0, z$). Sur la figure, on a doublé le domaine de calcul en raison de la symétrie. La concentration moléculaire est normalisée par $n_0 = 9.657 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$. Le jet qui se forme entre les jets initiaux est plus dense et plus épais que celui de la figure 3.4.

Les figures 3.49–3.52 représentent les lignes isothermes et isobares. Les températures sont normalisées par $T_0 = 900$ K.

Les figures 3.53–3.54 représentent les vecteurs-vitesses dans le même plan et quelques lignes de courant. Il n'y a pas d'écoulement de retour, tout comme dans la variante B (Fig. 3.10).

Les figures 3.55–3.56 représentent la distribution du nombre de Knudsen local, défini ici comme $\lambda/(2r_e)$.

Les figures 3.57–3.58 représentent les profils transversaux de concentration moléculaire. Un jet central plus dense (comparé à celui de la figure 3.22) est clairement visible sur la figure 3.57.

Les figures 3.59–3.62 représentent la pression et le flux thermique à la paroi le long de la ligne qui relie les tuyères ($x = 0, y = 0$) (Voir le commentaire page 33).

3.7 Conclusion

Les résultats numériques montrent un bon accord global avec les expériences, et fournissent une information sur les grandeurs non mesurées. En particulier ils montrent l'absence d'écoulement de retour entre les jets doubles (même dans le cas de jets convergents) et entre le jet et la plaque parallèle.

En raison des limitations de l'approche continue pour les écoulements raréfiés, les flux thermiques calculés aux parois ne sont pas significatifs.

L'algorithme numérique implémenté (explicite en temps sur une approximation homogène en espace pour les équations QGD) permet une utilisation efficace d'un cluster multiprocesseur.

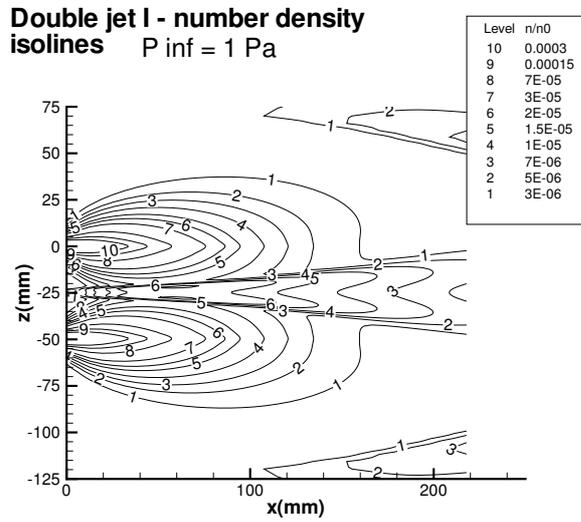


FIG. 3.3 – Courbes isodensité calculées

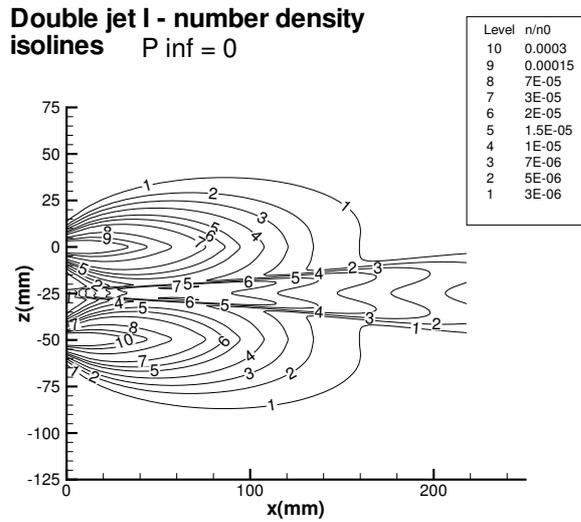


FIG. 3.4 – Courbes isodensité calculées

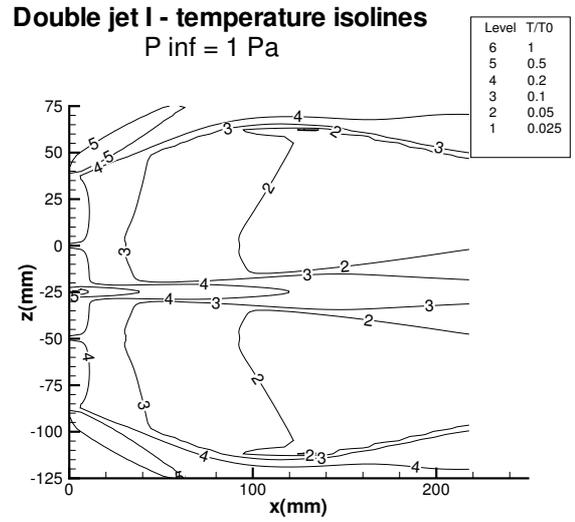


FIG. 3.5 – Courbes isothermes calculées

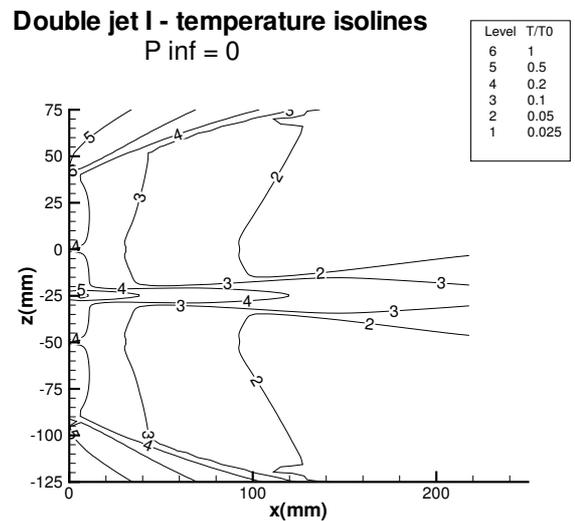


FIG. 3.6 – Courbes isothermes calculées

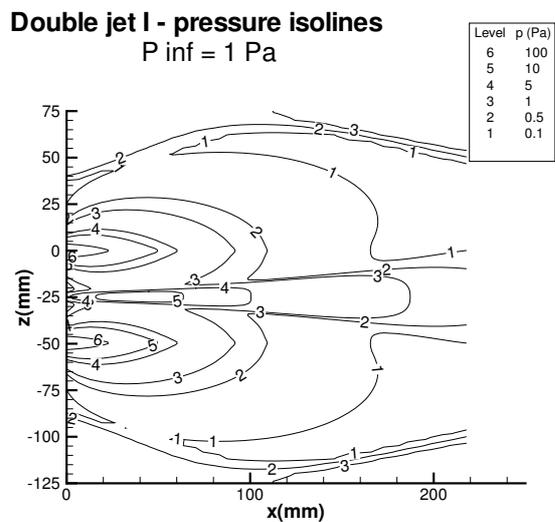


FIG. 3.7 - Courbes isobares calculées

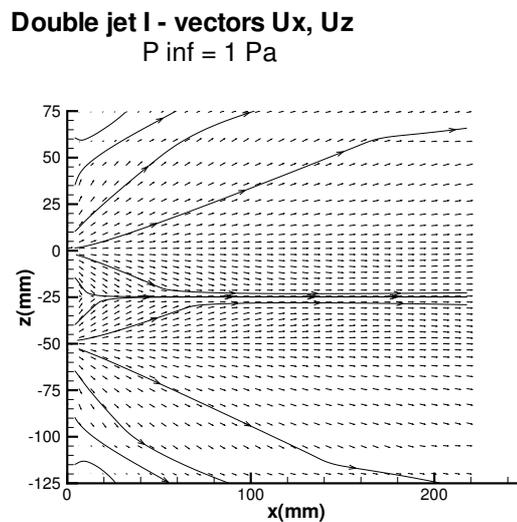


FIG. 3.9 - Vecteurs-vitesses calculés

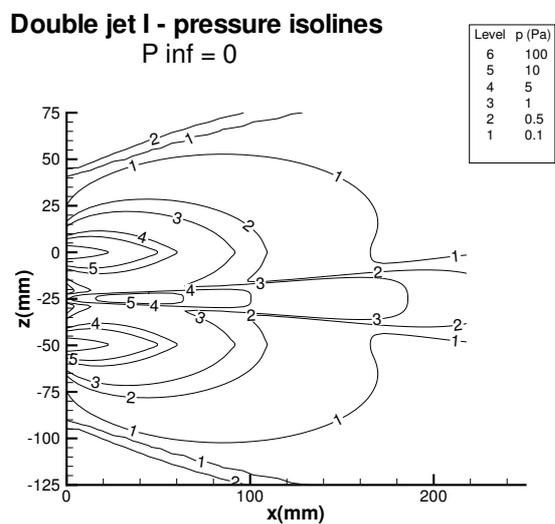


FIG. 3.8 - Courbes isobares calculées

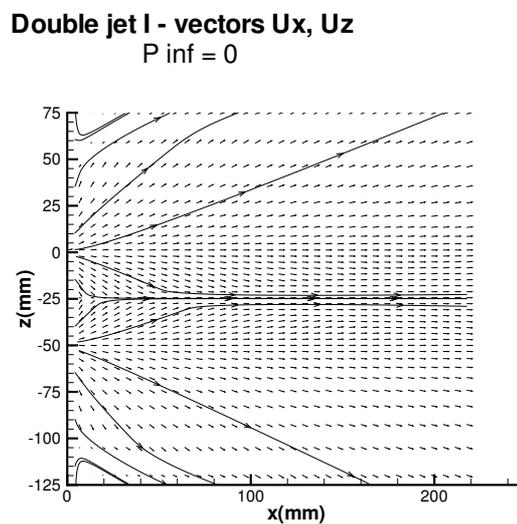


FIG. 3.10 - Vecteurs-vitesses calculés

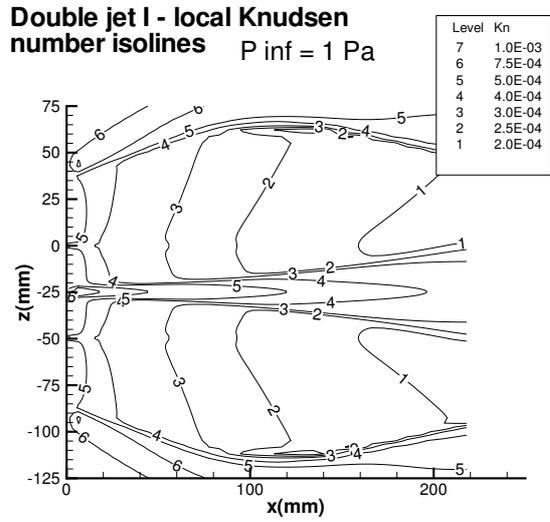


FIG. 3.11 – Nombre de Knudsen local calculé

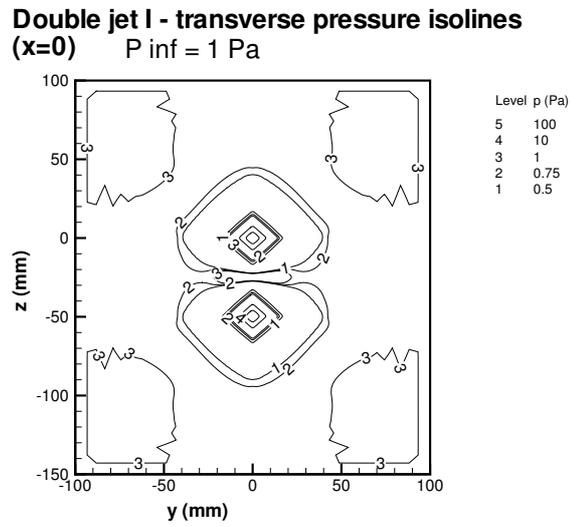


FIG. 3.13 – Courbes isobares calculées

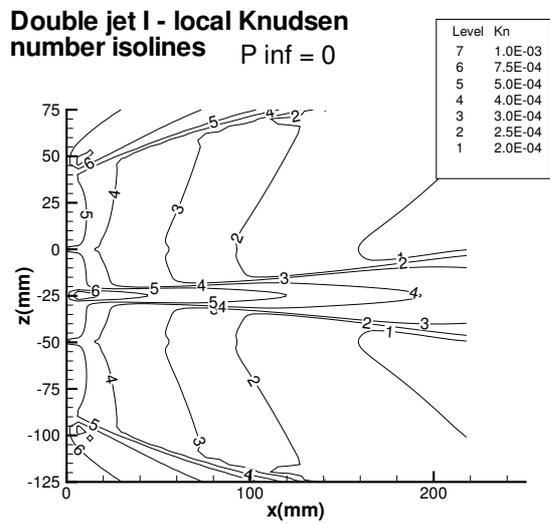


FIG. 3.12 – Nombre de Knudsen local calculé

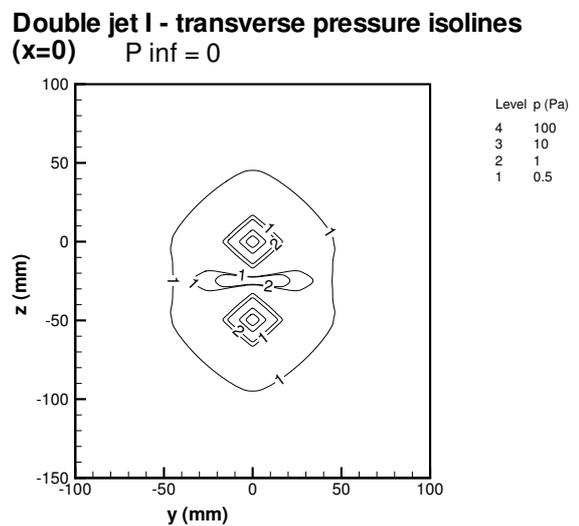


FIG. 3.14 – Courbes isobares calculées

**Double jet I - normal thermal flux isolines
($x=0$) $P_{inf} = 1 \text{ Pa}$**

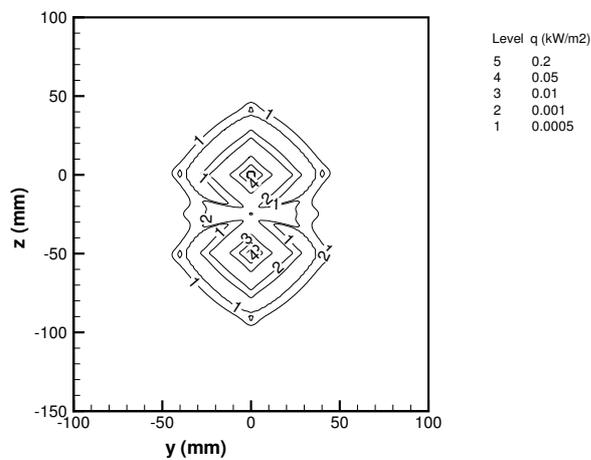


FIG. 3.15 – Lignes iso-flux thermique (voir commentaire)

**Double jet I - pressure distribution
($x=y=0$)**

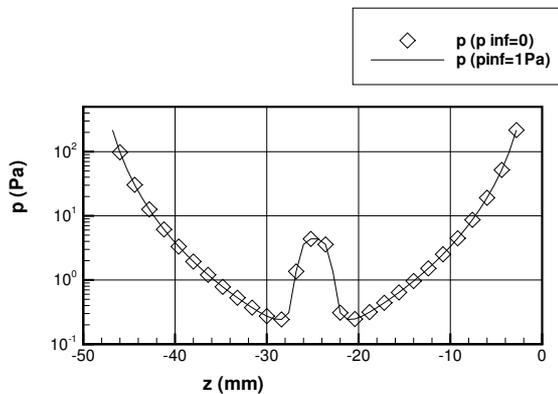


FIG. 3.17 – Profils de pression calculés

**Double jet I - normal thermal flux isolines
($x=0$) $P_{inf} = 0$**

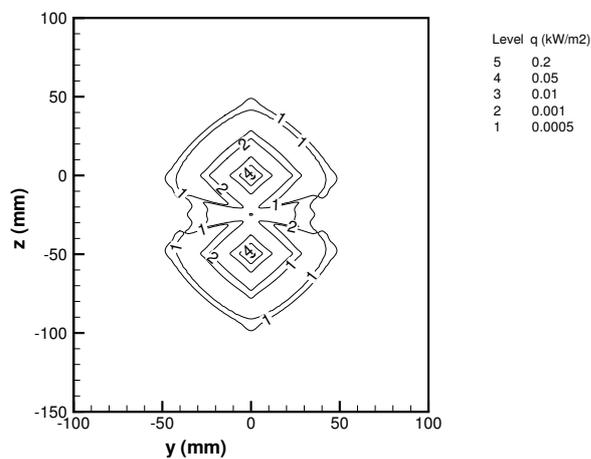


FIG. 3.16 – Lignes iso-flux thermique (voir commentaire)

**Double jet I - normal thermal flux
($x=y=0$)**

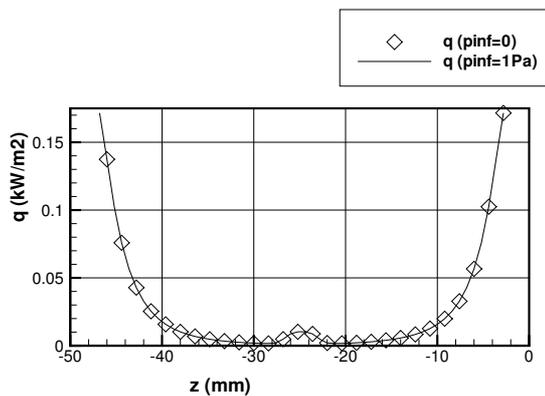


FIG. 3.18 – Profils de flux thermiques calculés (voir commentaire)

Double jet I - axial density distribution

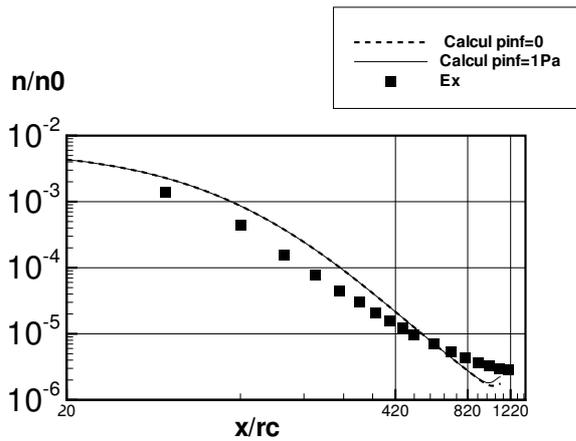


FIG. 3.19 – Distribution axiale de concentration moléculaire

Double jet I - transverse density distribution

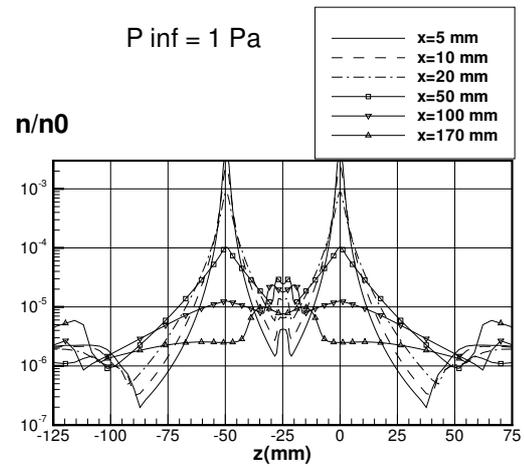


FIG. 3.21 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire

Double jet I - axial Mach number distribution

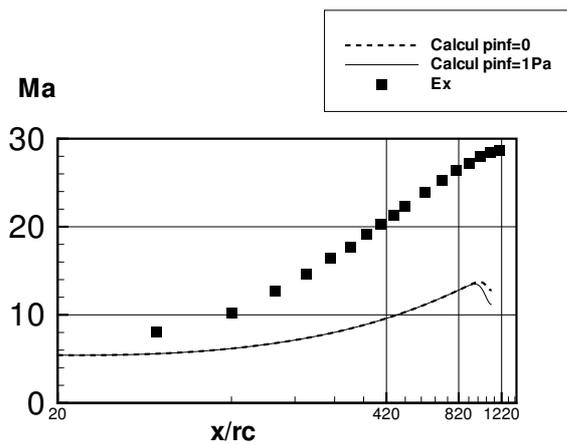


FIG. 3.20 – Distribution axiale de nombre de Mach

Double jet I - transverse density distribution

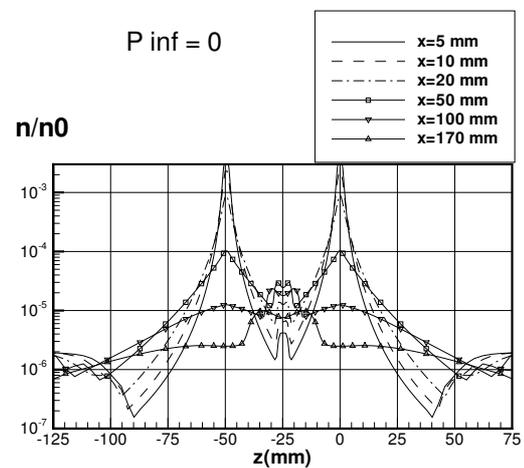
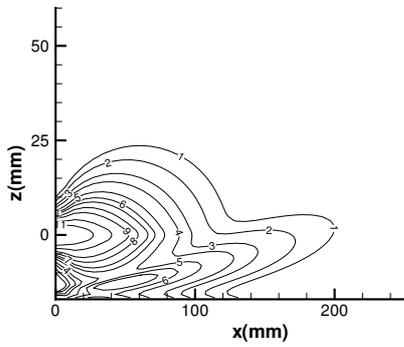


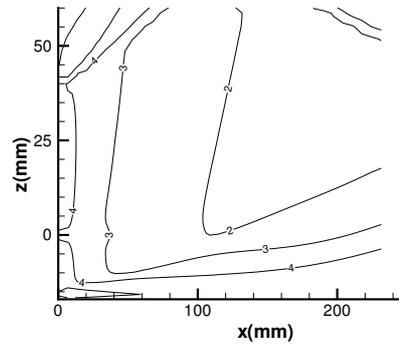
FIG. 3.22 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire

Jet X + plate at z = -17 mm
Number density isolines
 P inf = 1 Pa



Level	n/n0
11	0.0005
10	0.0002
9	0.0001
8	7E-05
7	5E-05
6	4E-05
5	3E-05
4	2E-05
3	1.5E-05
2	1E-05
1	7E-06

Jet X + plate at z = -17 mm
Temperature isolines
 P inf = 1 Pa

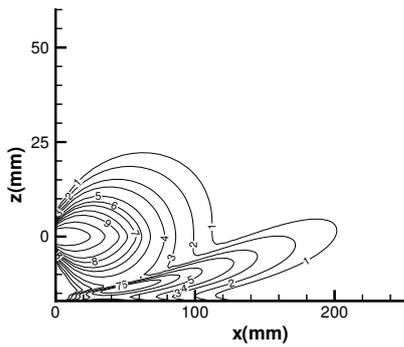


Level	T/T0
6	1
5	0.5
4	0.2
3	0.1
2	0.05
1	0.025

FIG. 3.23 – Courbes isodensité calculées

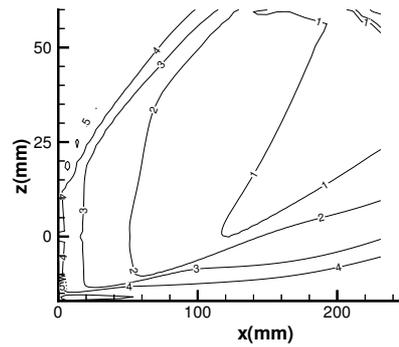
FIG. 3.25 – Courbes isothermes calculées

Jet X + plate at z = -17 mm
Number density isolines
 P inf = 1 Pa
 Fine grid



Level	n/n0
11	0.0005
10	0.0002
9	0.0001
8	7E-05
7	5E-05
6	4E-05
5	3E-05
4	2E-05
3	1.5E-05
2	1E-05
1	7E-06

Jet X + plate at z = -17 mm
Temperature isolines
 P inf = 1 Pa
 Fine grid

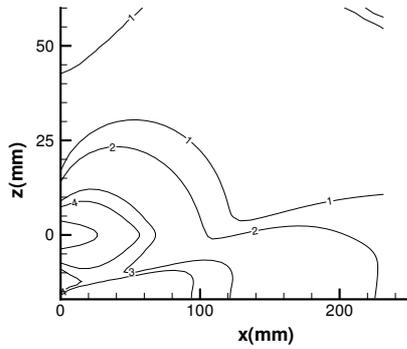


Level	T/T0
6	1
5	0.5
4	0.2
3	0.1
2	0.05
1	0.025

FIG. 3.24 – Courbes isodensité calculées

FIG. 3.26 – Courbes isothermes calculées

Jet X + plate at z = -17 mm
Pressure isolines
 $P_{inf} = 1 \text{ Pa}$



Level	p(Pa)
5	100
4	10
3	5
2	1
1	0.5

Jet X + plate at z = -17 mm
Vectors U_x, U_z
 $P_{inf} = 1 \text{ Pa}$

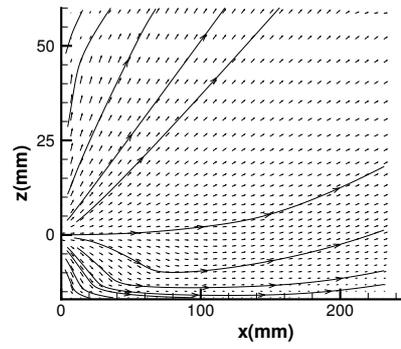
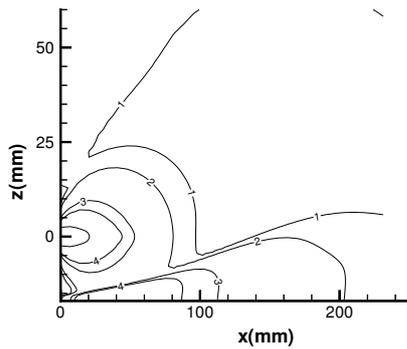


FIG. 3.27 – Courbes isobares calculées

FIG. 3.29 – Vecteurs-vitesses calculés

Jet X + plate at z = -17 mm
Pressure isolines
 $P_{inf} = 1 \text{ Pa}$
 Fine grid



Level	p(Pa)
5	100
4	10
3	5
2	1
1	0.5

Jet X + plate at z = -17 mm
Vectors U_x, U_z
 $P_{inf} = 1 \text{ Pa}$
 Fine grid

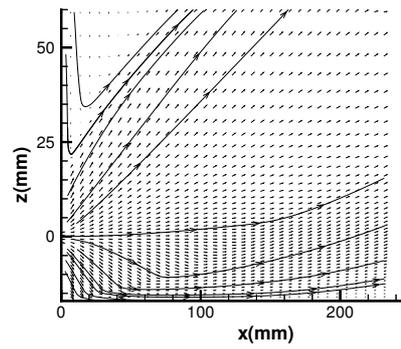
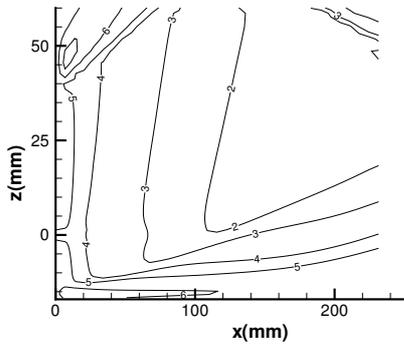


FIG. 3.28 – Courbes isobares calculées

FIG. 3.30 – Vecteurs-vitesses calculés

Jet X + plate at z = -17 mm
Local Knudsen number isolines
P inf = 1 Pa



Level	Kn
7	1.0E-03
6	7.5E-04
5	5.0E-04
4	4.0E-04
3	3.0E-04
2	2.5E-04
1	2.0E-04

FIG. 3.31 – Nombre de Knudsen local calculé

Jet X + plate at z=-17 mm
transverse density distribution
P inf = 1 Pa

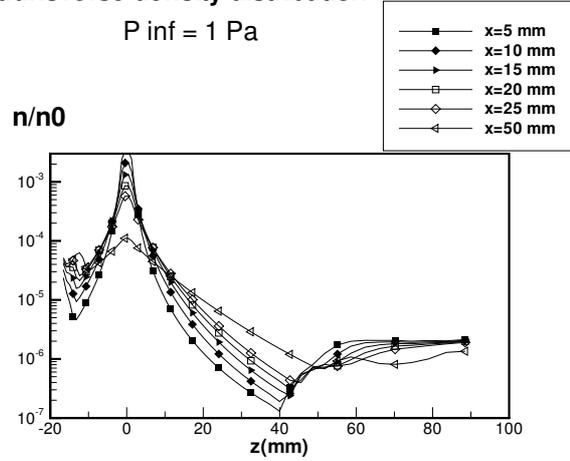
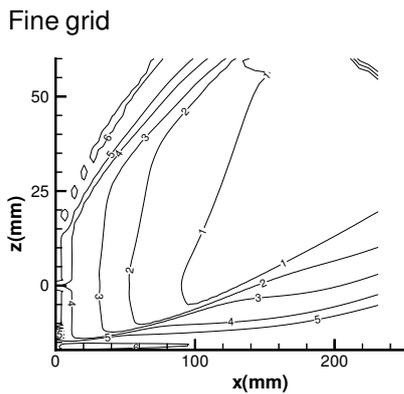


FIG. 3.33 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire, part 1

Jet X + plate at z = -17 mm
Local Knudsen number isolines
P inf = 1 Pa



Level	Kn
7	1.0E-03
6	7.5E-04
5	5.0E-04
4	4.0E-04
3	3.0E-04
2	2.5E-04
1	2.0E-04

FIG. 3.32 – Nombre de Knudsen local calculé

Jet X + plate at z=-17 mm
transverse density distribution
P inf = 1 Pa

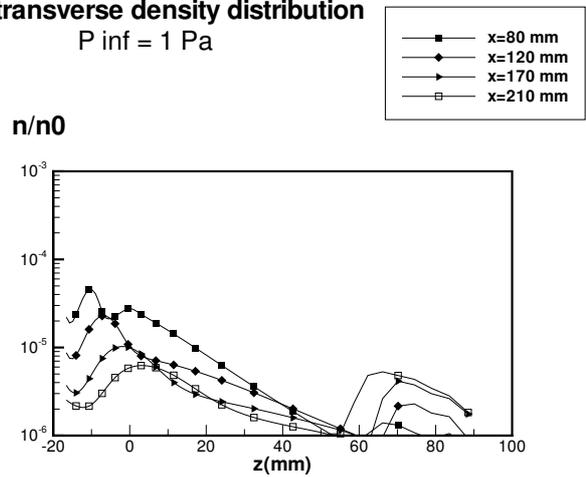


FIG. 3.34 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire, part 2

Jet X + plate at z=-17 mm
transverse density distribution

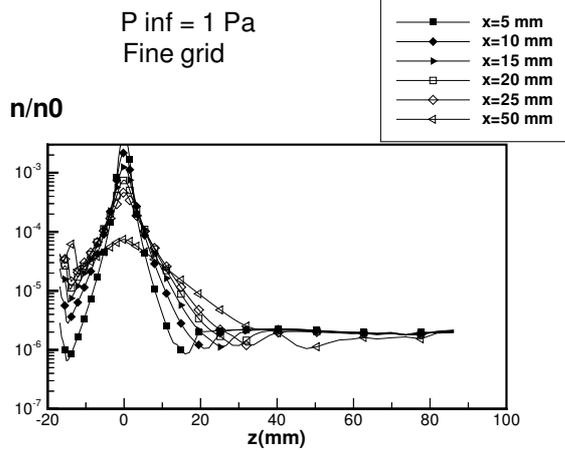


FIG. 3.35 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire, part 1

Jet Z + plate at z = -17 mm
On - plate pressure isolines (z = -17 mm)

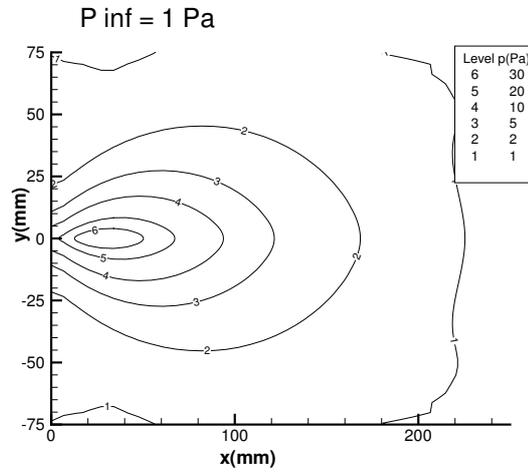


FIG. 3.37 – Courbes isobares calculées pour le jet X

Jet X + plate at z=-17 mm
transverse density distribution

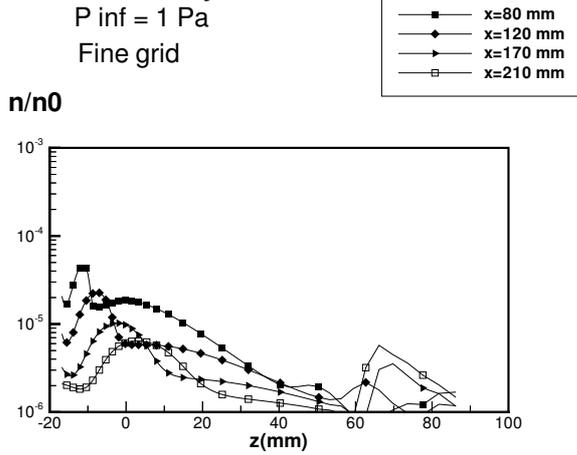


FIG. 3.36 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire, part 2

Jet Z + plate at z = -17 mm
On - plate normal thermal flux isolines (z = -17 mm) P inf = 1 Pa

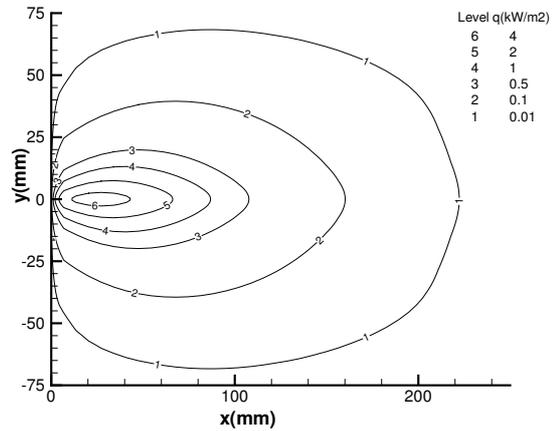


FIG. 3.38 – Lignes iso-flux thermique pour le jet X (voir commentaire)

Jet Z + plate at z = -17 mm
On - plate pressure isolines (z = -17 mm)
 $P_{inf} = 1 \text{ Pa}$ Fine grid

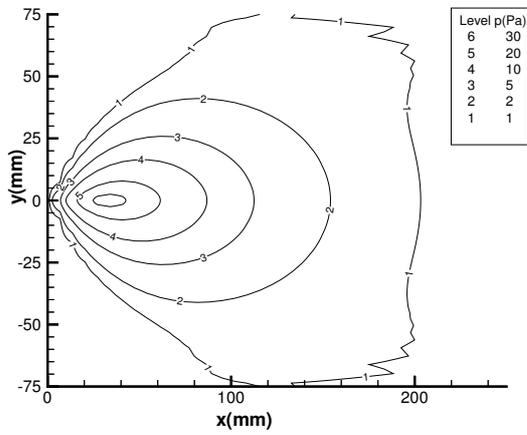


FIG. 3.39 – Courbes isobares calculées pour le jet X

Jet X + plate at z = -17 mm
Longitudinal pressure distribution
 $y = 0, z = -17 \text{ mm}$

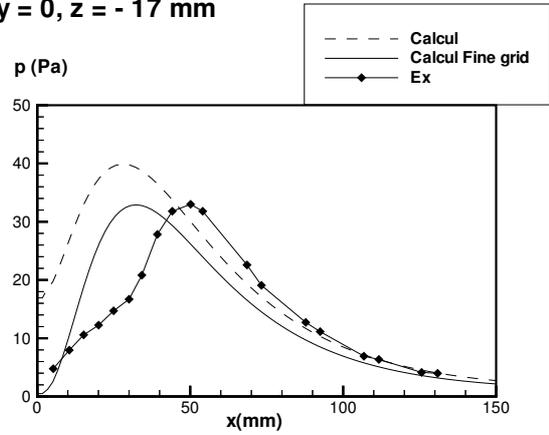


FIG. 3.41 – Distribution de la pression pariétale

Jet Z + plate at z = -17 mm
On - plate normal thermal flux isolines (z = -17 mm) $P_{inf} = 1 \text{ Pa}$

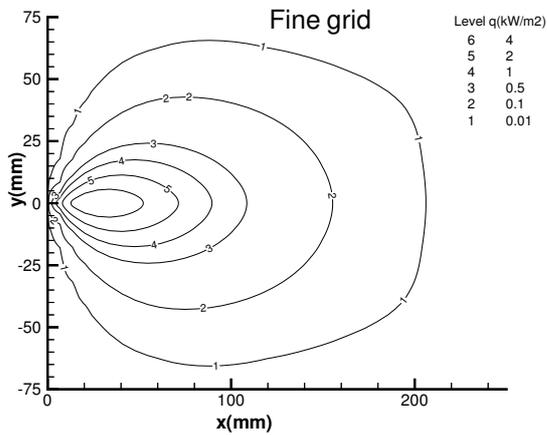


FIG. 3.40 – Lignes iso-flux thermique pour le jet X (voir commentaire)

Jet X + plate at z = -17 mm
Longitudinal normal thermal flux distribution
 $y = 0, z = -17 \text{ mm}$

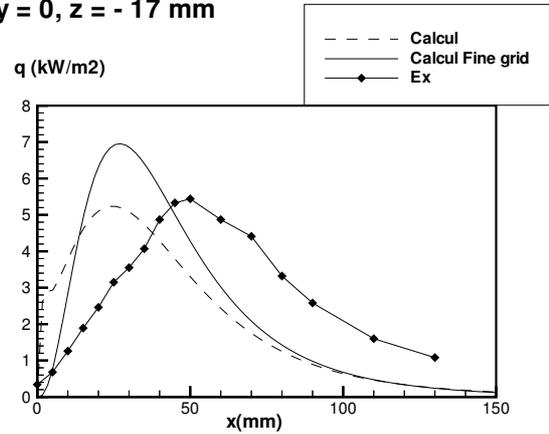


FIG. 3.42 – Distribution du flux thermique pariétal (flux expérimental multiplié par 25 : voir commentaire)

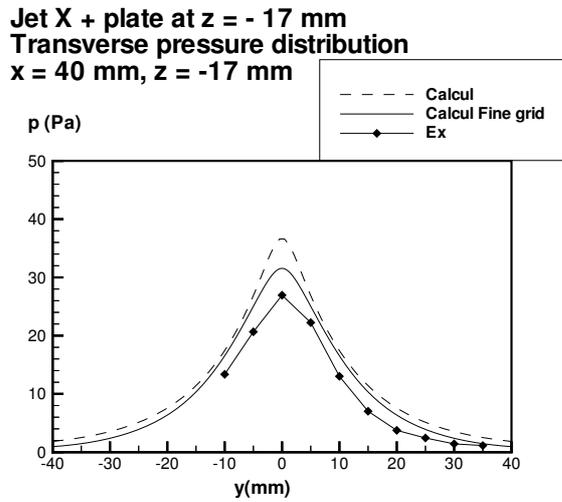


FIG. 3.43 – Distribution transversale de la pression pariétale

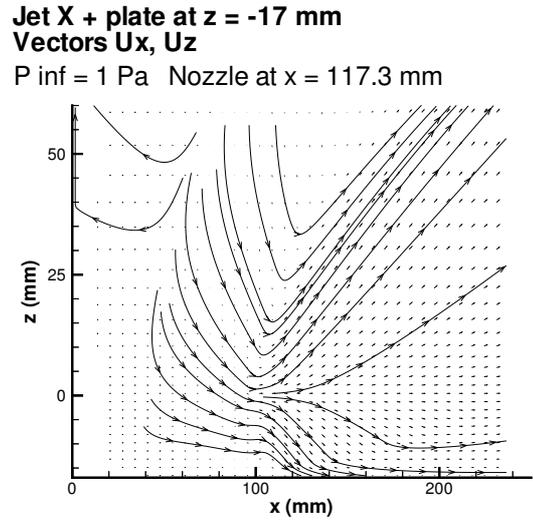


FIG. 3.45 – Vecteurs-vitesses calculés

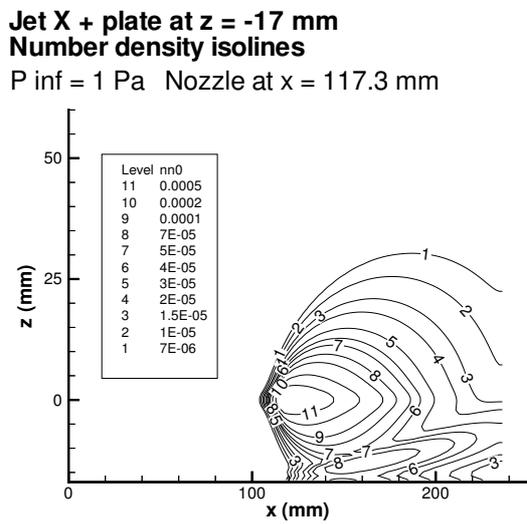


FIG. 3.44 – Courbes isodensité calculées

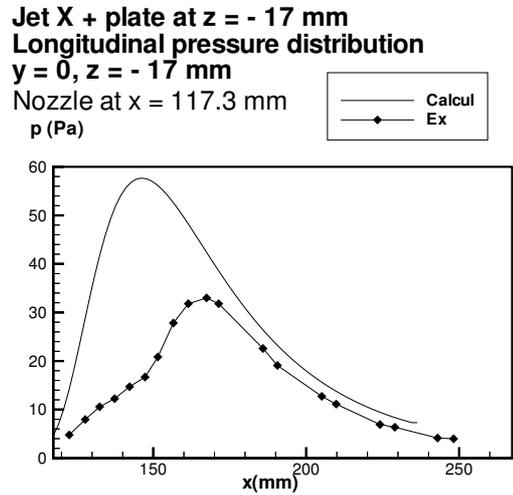


FIG. 3.46 – Distribution de la pression pariétale

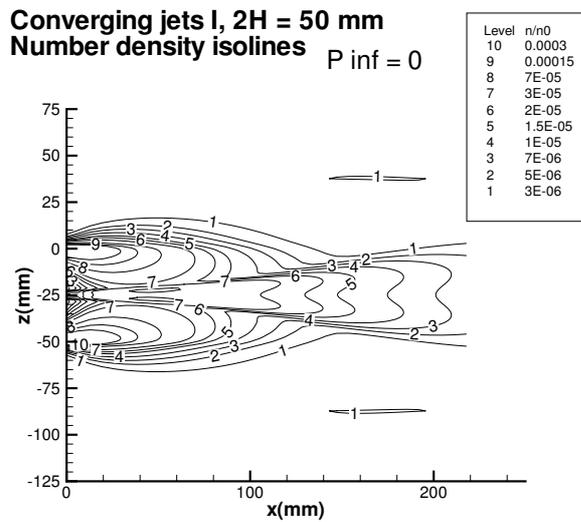


FIG. 3.47 – Courbes isodensité calculées

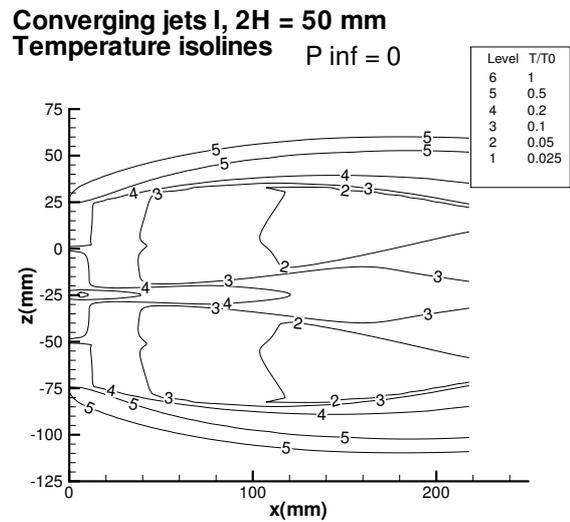


FIG. 3.49 – Courbes isothermes calculées

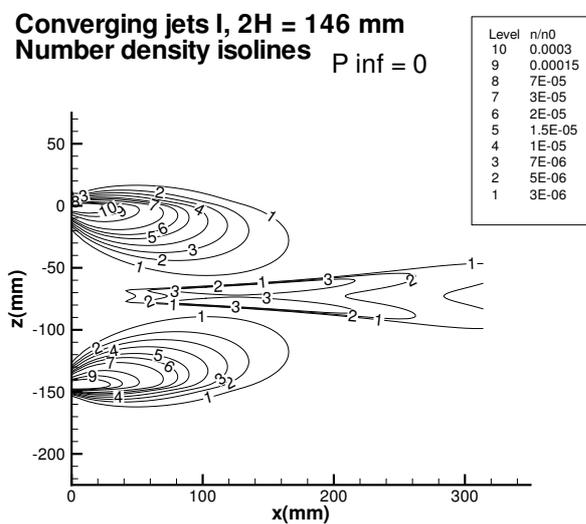


FIG. 3.48 – Courbes isodensité calculées

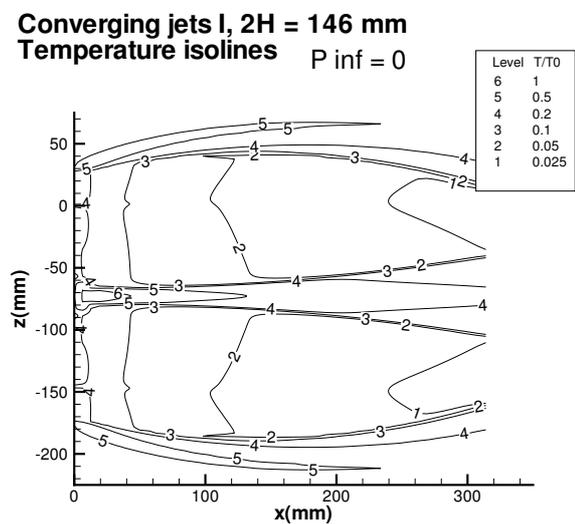


FIG. 3.50 – Courbes isothermes calculées

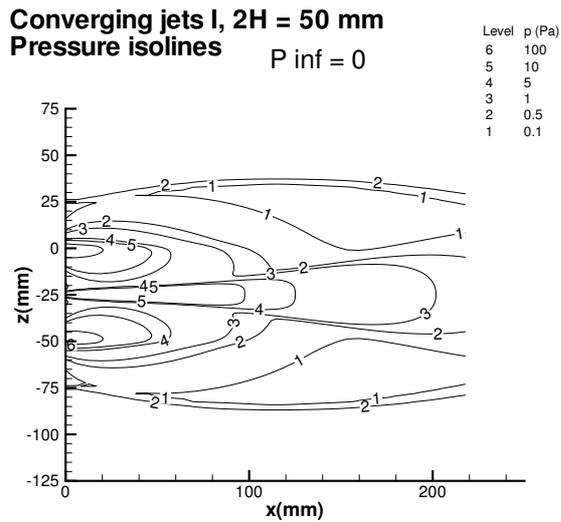


FIG. 3.51 – Courbes isobares calculées

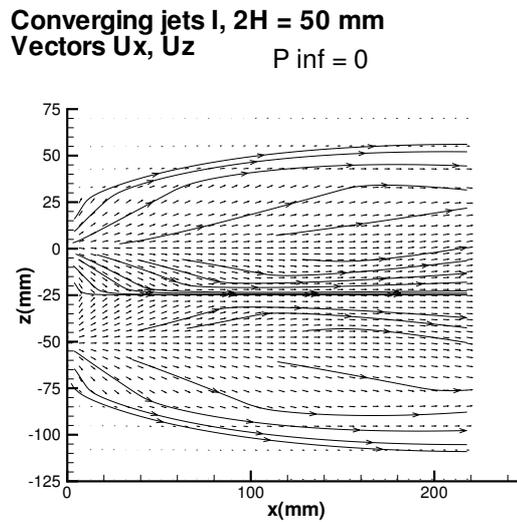


FIG. 3.53 – Vecteurs-vitesses calculés

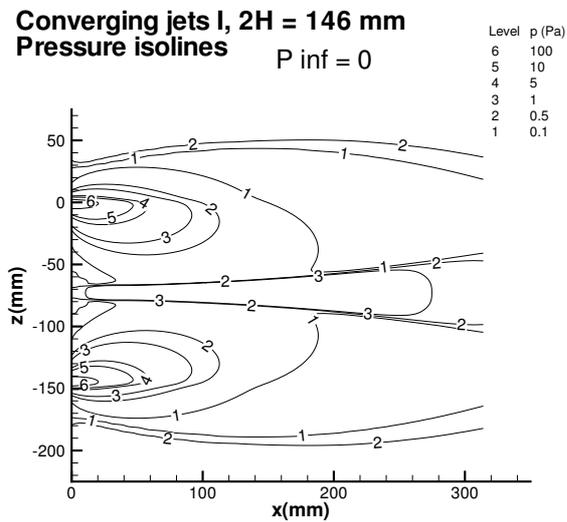


FIG. 3.52 – Courbes isobares calculées

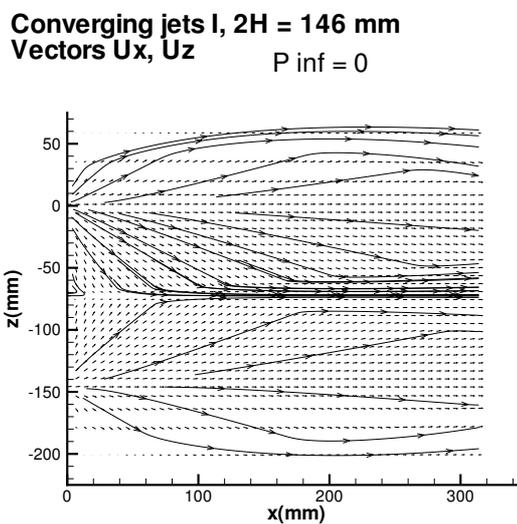


FIG. 3.54 – Vecteurs-vitesses calculés

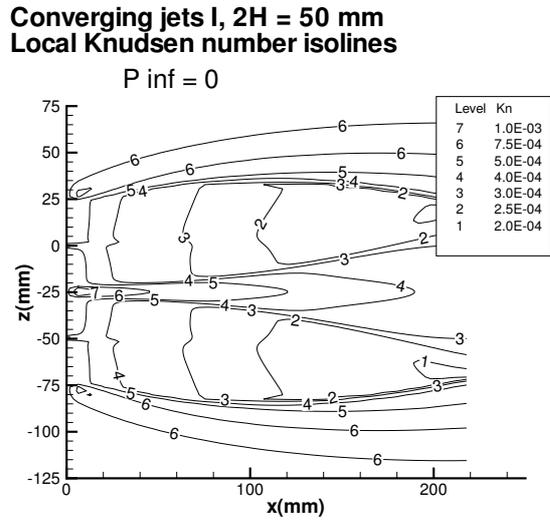


FIG. 3.55 – Nombre de Knudsen local calculé

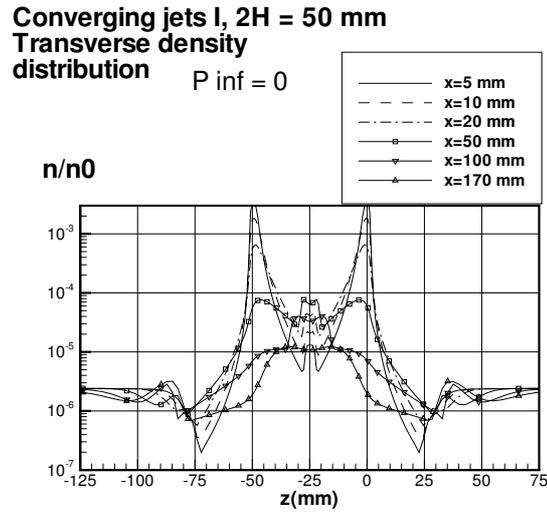


FIG. 3.57 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire

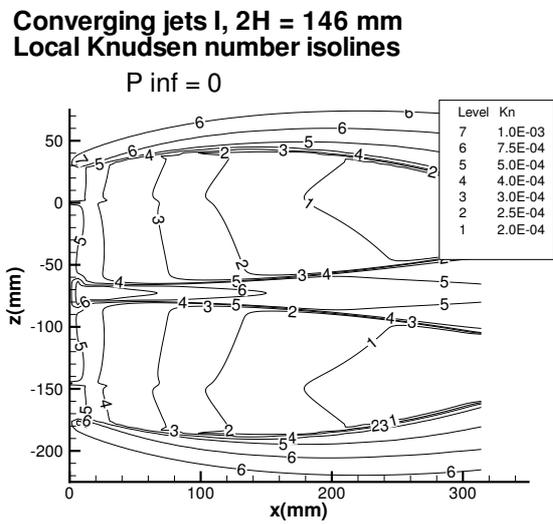


FIG. 3.56 – Nombre de Knudsen local calculé

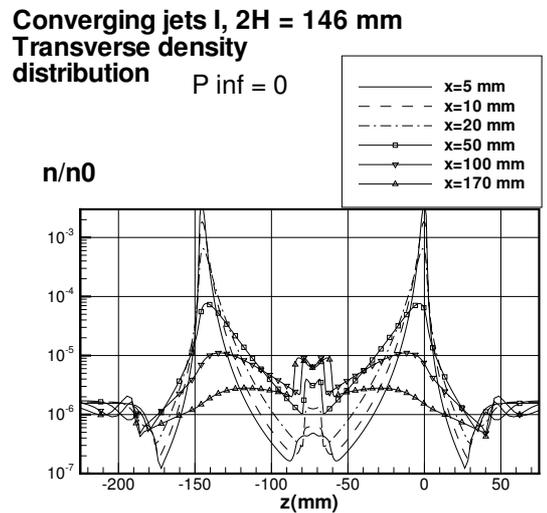


FIG. 3.58 – Distribution transversale calculée pour la concentration moléculaire

**Converging jets I, 2H = 50 mm
Pressure distribution (x=y=0)**

$P_{inf} = 0$

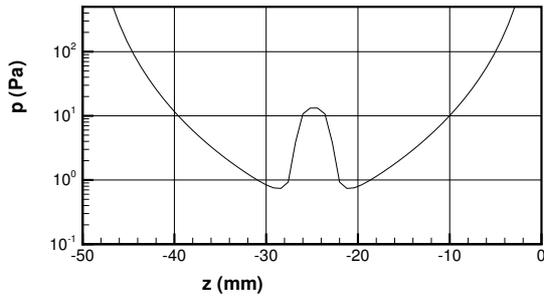


FIG. 3.59 – Profil de pression calculé

**Converging jets I, 2H = 146 mm
Pressure distribution (x=y=0)**

$P_{inf} = 0$

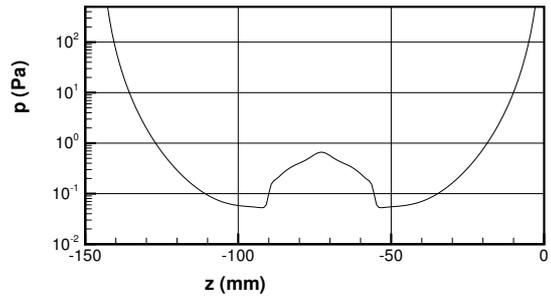


FIG. 3.61 – Profil de pression calculé

**Converging jets I, 2H = 50 mm
Normal thermal flux
(x=y=0)**

$P_{inf} = 0$

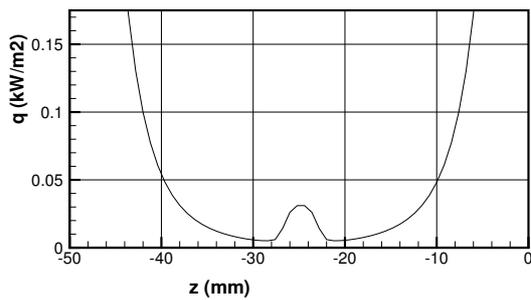


FIG. 3.60 – Profil de flux thermique calculé
(voir commentaire)

**Converging jets I, 2H = 146 mm
Normal thermal flux
(x=y=0)**

$P_{inf} = 0$

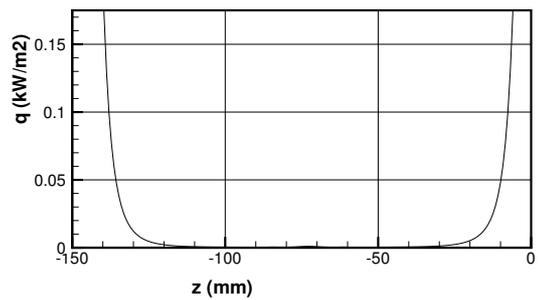


FIG. 3.62 – Profil de flux thermique calculé
(voir commentaire)

4.1 Introduction

Les jets issus des propulseurs de contrôle de satellites ou de ceux utilisés pour la séparation d'étages de lanceurs peuvent frapper des parois d'un satellite, des panneaux solaires ou des antennes, induisant des effets dynamiques et thermiques. Dans le cas particulier d'un impact normal à la paroi, ces effets dépendent fortement de la configuration des chocs induits par la paroi et par l'atmosphère extérieure s'il y en a une. Une configuration de jets ayant un impact sur une surface perpendiculaire a été étudiée numériquement pour les conditions qui correspondent à des expériences effectuées dans la soufflerie à basse densité SR3 du laboratoire d'Aérodynamique [6].

Des jets d'azote étaient générés par une tuyère conique de demi-angle 10 degrés, avec une température génératrice $T_0 = 600 K$ (variante A) et 1100 K (variante B) et une pression génératrice $p_0 = 0.5 \text{ bar}$ (Table 4.1). Le nombre de Mach nominal dans la section d'éjection de la tuyère était égal à 3.

La pression extérieure p_∞ variait entre 8 et 330 Pa. Deux plaques planes ont été conçues, respectivement pour des mesures de pression et de flux thermique. Elles étaient placées à une distance $z_{\max} = 40 r_e = 0.1644 \text{ m}$ de la tuyère, r_e désignant le rayon de la section d'éjection. L'expérience a montré [6] que pour de faibles valeurs de la pression extérieure ($p_\infty = 8, 16, 33 \text{ Pa}$), le choc induit devant la plaque coupait l'axe du jet à l'intérieur de la première cellule d'expansion. Pour de plus grandes valeurs de p_∞ , la partie centrale de la plaque se trouvait en aval de la première recompression. Les paramètres de l'écoulement sont donnés dans la table 4.1.

4.2 Formulation du problème

Le problème considéré est résolu dans une formulation axisymétrique ($r - z$) utilisant les équations QGD. La loi de viscosité est prise comme $\mu \sim T^\omega$. Le domaine de calcul est montré

Grandeurs	Notation	A	B
Pression d'éjection de la tuyère	$p_e(Pa)$	1612	1654
Température d'éjection de la tuyère	$T_e(K)$	224.9	415.4
Température génératrice	$T_0(K)$	600	1100
Nombre de Mach d'éjection	Ma_e	2.89	2.88
Température de la paroi de la tuyère	T_{wn}	350	400
Nombre de Knudsen	$Kn = \lambda_e/2r_e$	2.89×10^{-4}	6.03×10^{-4}

TAB. 4.1 – Paramètres de l'écoulement

sur la figure 4.1. Comme conditions aux limites, l'adhérence a été supposée le long de la paroi gauche et sur la plaque, avec une température $T_{ww} = 293$ K. Les conditions habituelles de symétrie et les "soft conditions" ont été appliquées respectivement sur l'axe et sur la frontière supérieure. En sortie de tuyère, un profil de couche limite laminaire a été imposé.

Pour la résolution des équations QGD, un schéma découplé décentré a été appliqué aux termes dissipatifs additionnels du système QGD (voir [12] pour les détails). Une précision du deuxième ordre a été obtenues en appliquant l'approximation standard MUSCL et le limiteur "minmod". Pour les termes diffusifs, un schéma centré du deuxième ordre a été appliqué.

4.3 Résultats et discussion

Les calculs ont été effectués pour de l'azote ($\gamma = 1.4$, $\omega = 0.74$, $Pr = 0.736$), pour 2 variantes des conditions d'écoulement en sortie de tuyère (jets A et B mentionnés dans la table 4.1) et pour 6 valeurs de la pression extérieure $p_\infty = 8, 16, 33, 66, 160$ et 330 Pa, reproduisant ainsi les conditions expérimentales (Table 4.3). Les variantes 1–6 correspondent au jet B, les variantes 7–9 au jet A.

Pour toutes les variantes, un maillage rectangulaire a été utilisé avec des pas $h_{r\min} = 0.1 r_e$ et $h_z = 0.25 r_e$ (variantes 1,2 et 7), ou $h_z = 0.5 r_e$ (variantes 3–6, 8 et 9). Le nombre de pas variait de 161×115 ($r_{\max} = 100 r_e$) pour les variantes 1, 2 et 7 à 81×73 ($r_{\max} = 40 r_e$) pour les variantes 3–6, 8 et 9.

Dans la table 4.3 on a indiqué l'étendue z^c de la première cellule d'expansion, trouvée par le calcul dans le cas d'une interaction, ainsi que les estimations de cette quantité pour un jet libre, suivant des estimations de Abramovich (z^{AB}), Ashkenas (z^{AS}) et Lengrand (z^L).

La distance entre la sortie de la tuyère et la paroi est égale à $z_{\max}/r_e = 40$. Lorsque l'étendue estimée de la première cellule d'expansion est plus grande que la distance à la paroi (variantes 1, 2 et 7), l'écoulement est stationnaire. On a trouvé que l'état stationnaire était obtenu après un certain nombre d'oscillations. Le niveau de ces oscillations augmente avec la pression extérieure. Il se forme un choc droit, similaire à une réflexion de Mach dans un jet libre (MR) : le nombre de Mach local est plus grand que 1 devant le choc et plus petit que 1 derrière le choc. Les isothermes et isobares pour les variantes 2 et 7 sont montrées sur les figures 4.2 à 4.5.

Pour les variantes 3 et 8, la première cellule d'expansion dans le jet libre s'étend jusqu'au

voisinage de la position de la plaque. Pour ces variantes, on trouve la même structure de l'écoulement que pour la variante 2, mais la solution numérique est instationnaire. La position de l'onde de choc oscille dans les limites indiquées dans la table 4.3. Les oscillations temporelles de la pression au point de symétrie sur la plaque ($r = 0$) sont présentées sur la figure 4.10 pour la variante 3 et sur la figure 4.11 pour la variante 8.

Deux exemples de distribution de la pression adimensionnelle $p(r)/p_e$ et du flux thermique $q(r)$ sur la paroi pour la variante 3 sont donnés sur les figures 4.6 et 4.7 aux instants t_1 et t_2 , qui correspondent à la plus petite (t_1) et à la plus grande (t_2) abscisse de l'onde de choc. Les mêmes distributions de pression et de flux thermique pour la variante 8 sont données sur les figures 4.8 et 4.9. Au cours des oscillations, la position du choc se déplace le long de l'axe (Figs. 4.12 – 4.15). La zone de recirculation derrière l'onde de choc change de configuration. (Figs. 4.16 – 4.17). La figure 4.18 représente la distribution du nombre de Mach le long de l'axe aux instants t_1 et t_2 .

Pour les variantes 4,5,6 et 9, la distance à la paroi est plus grande que l'étendue de la première cellule d'expansion. Pour la variante 4, une cellule d'expansion se forme devant la paroi, et pour les variantes 6 et 9, deux cellules d'expansion se forment.

Dans ces variantes, le champ d'écoulement reste stationnaire, mais les réflexions ont maintenant un caractère régulier (RR dans la table 4.3) : le nombre de Mach local dépasse l'unité devant et derrière l'onde de choc. Les isobares et les isothermes pour les variantes 4 et 9 sont montrées sur les figures 4.21, 4.22, 4.23, 4.24. La distribution du nombre de Mach le long de z pour les variantes 2 (MR) et 4 (RR) est montrée sur la figure 4.19, et pour les variantes 7 (MR) et 9 (RR) sur les figures 4.20.

La distribution calculée de la pression adimensionnelle p/p_e et du flux thermique q pour les variantes 1,2,4,6,7 et 9 est montrée sur les figures 4.25 - 4.28, 4.29, 4.30, 4.31, 4.32. La comparaison avec des données expérimentale de [6] au point central de la paroi est donnée dans la table 4.3.

Les profils de pression montrent la même évolution qualitative que celle décrite dans [6], mais les valeurs calculées apparaissent légèrement plus faibles que les valeurs expérimentales.

Pour les calculs décrits dans ce chapitre (jet avec plaque perpendiculaire), on n'a pas limité artificiellement le paramètre τ , de sorte que la difficulté décrite précédemment pour les flux thermiques (page 33) ne se présente pas. Les flux sont donc en principe corrects. Néanmoins, ils sont très sensibles au choix du maillage et aux erreurs expérimentales. Ils présentent un comportement complexe. Dans l'ensemble, les résultats numériques correspondent aux résultats expérimentaux. Un meilleur accord exigerait un maillage plus fin.

4.4 Conclusion

Les résultats numériques montrent globalement un bon accord avec l'expérience, et fournissent des informations sur les grandeurs non mesurées expérimentalement, par exemple les régimes instationnaires, étudiés par ailleurs dans [21].

variante	1	2	3	4	5	6
p_∞ (Pa)	8	16	33	66	160	330
z^{AB}/r_e	87.5	61.9	43.1	30.5	19.6	13.6
z^{AS}/r_e	105.9	74.9	52.2	36.9	23.7	16.5
z^L/r_e	80.8	56.0	40.0	28.0	18.0	12.6
z^c/r_e	33.5	29.5	28.5 ~ 30.0	32.0	20.5	15.0

TAB. 4.2 – Résultats de calcul, variante B

variante	7	8	9
p_∞ (Pa)	8	33	330
z^{AB}/r_e	86.9	42.8	13.5
z^{AS}/r_e	105.9	52.2	16.5
z^L/r_e	80.1	39.8	12.5
z^c/r_e	33.5	23.0 – 25.5	16.0

TAB. 4.3 – Résultats de calcul, variante A

variant	1	2	3	4	5	6
p_{exp}	0.038	0.048	0.068	0.7	1.2	1.9
p_{cal}	0.029	0.038	0.039 – 0.071	0.49	0.47	1.72
q_{exp}	$6 \cdot 10^3$	$1.2 \cdot 10^3$	$9.5 \cdot 10^2$	$4.5 \cdot 10^4$	$1.2 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^4$
q_{cal}	$3.1 \cdot 10^3$	$3.0 \cdot 10^3$	$-95. \sim +250$	$5.6 \cdot 10^2$	$2.5 \cdot 10^3$	5.510^3

TAB. 4.4 – Pression réduite p/p_e et flux thermique $q[W/m^2]$ au centre de la plaque, variante B

variant	7	8	9
p_{exp}	0.038	0.078	1.79
p_{cal}	0.028	0.034 ~ 0.077	1.52
q_{exp}	$1.75 \cdot 10^3$	490.	$0.28 \cdot 10^4$
q_{cal}	$0.62 \cdot 10^3$	$-230. \sim +250.$	$8.0 \cdot 10^4$

TAB. 4.5 – Pression réduite p/p_e et flux thermique $q[W/m^2]$ au centre de la plaque, variante A

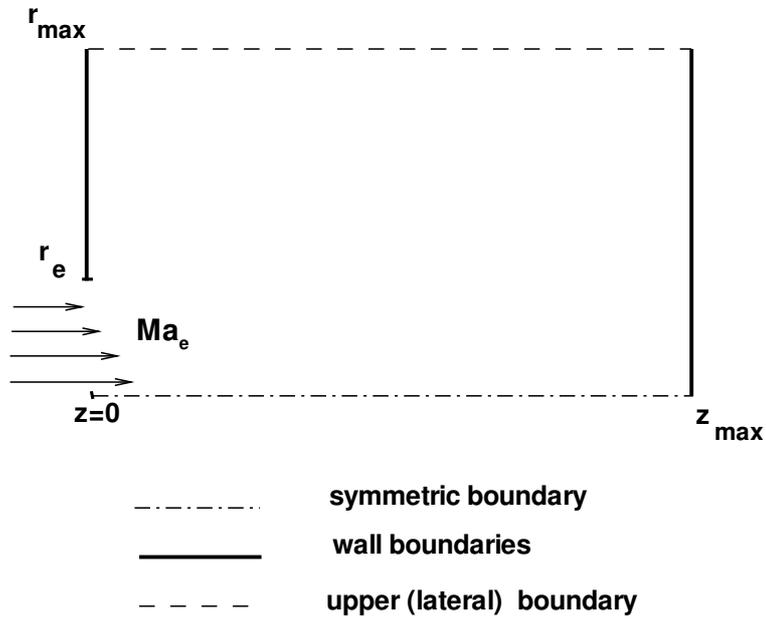


FIG. 4.1 – Domaine de calcul

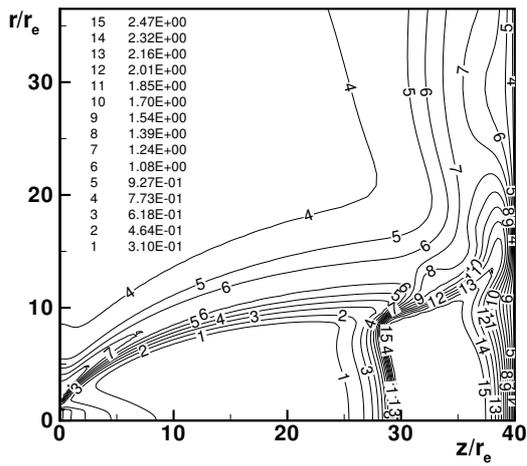


FIG. 4.2 – Isothermes pour la variante 2

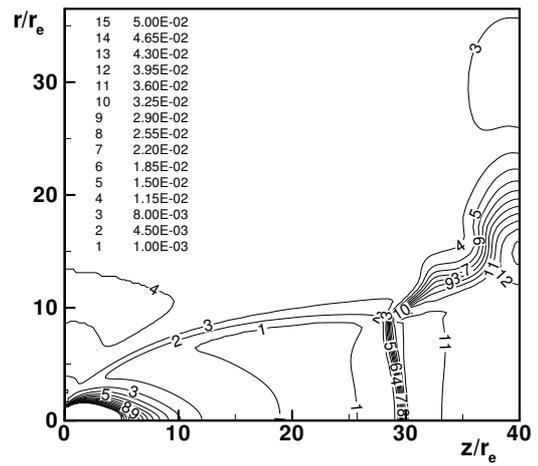


FIG. 4.3 – Isobares pour la variante 2

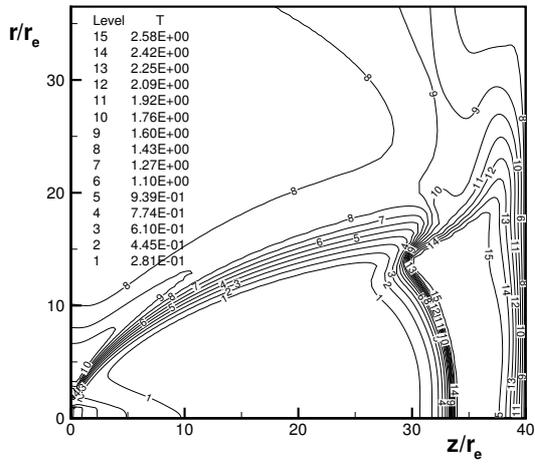


FIG. 4.4 – Isothermes pour la variante 7

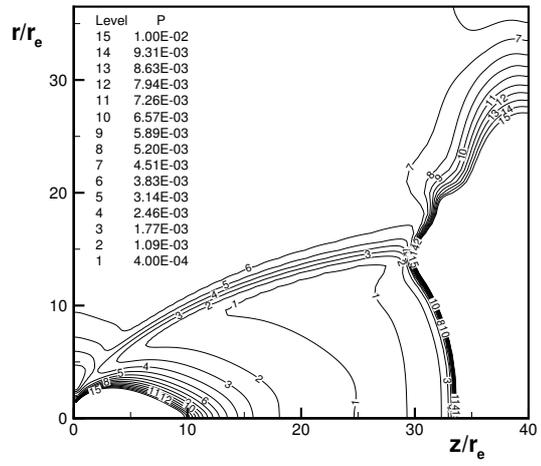


FIG. 4.5 – Isobares pour la variante 7

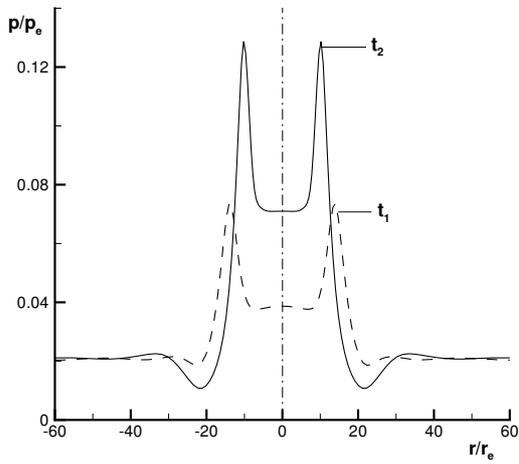


FIG. 4.6 – Pression de paroi, variante 3

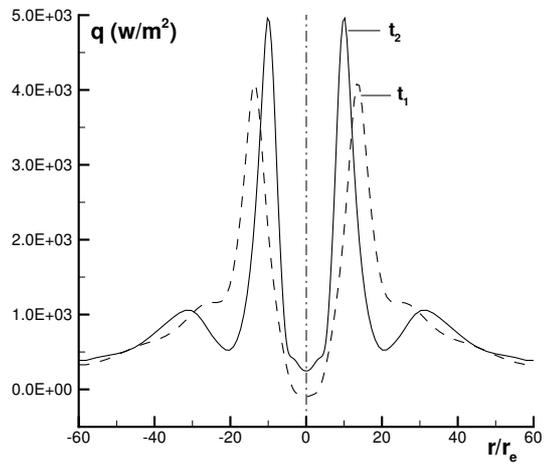


FIG. 4.7 – Flux thermique à la paroi, variante 3

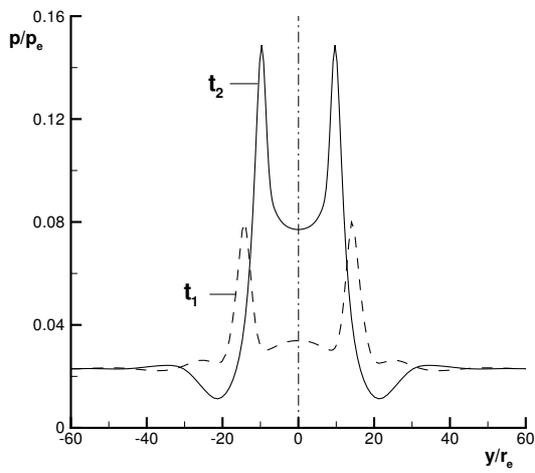


FIG. 4.8 – Pression de paroi, variante 8

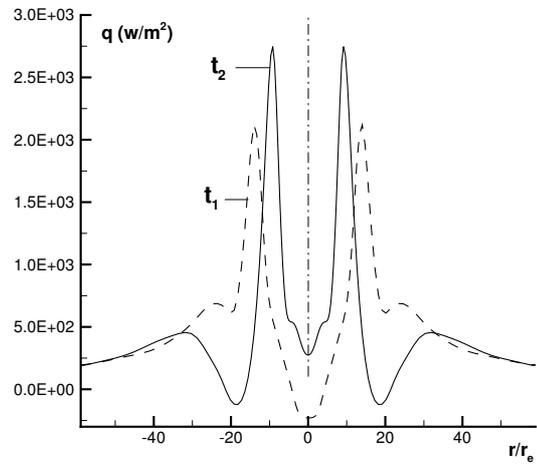


FIG. 4.9 – Flux thermique à la paroi, variante 8

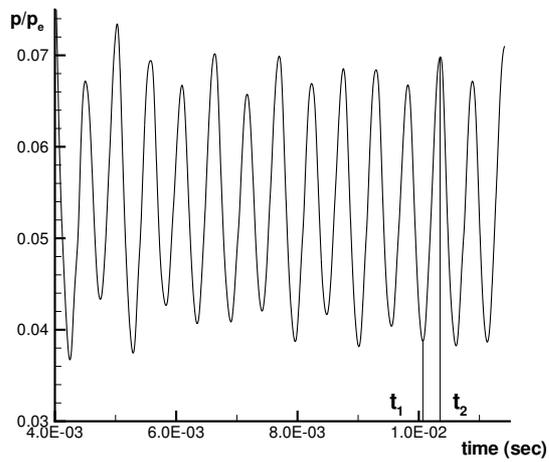


FIG. 4.10 – Variation temporelle de la pression de paroi, variante 3

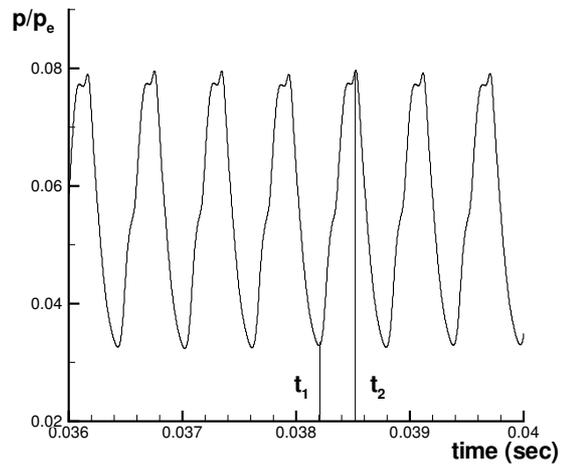


FIG. 4.11 – Variation temporelle de la pression de paroi, variante 8

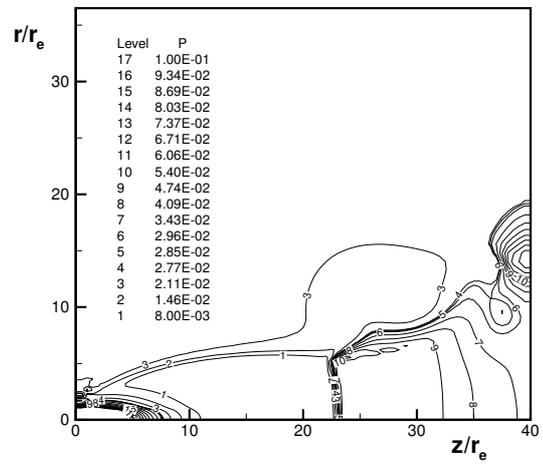
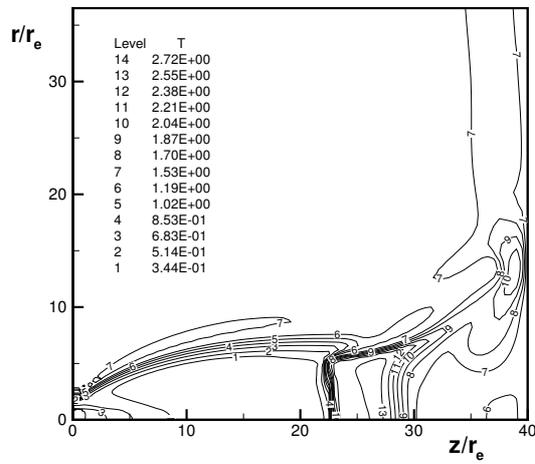


FIG. 4.12 – Isothermes pour la variante 8, à l'instant t_1 FIG. 4.13 – Isobares pour la variante 8, à l'instant t_1

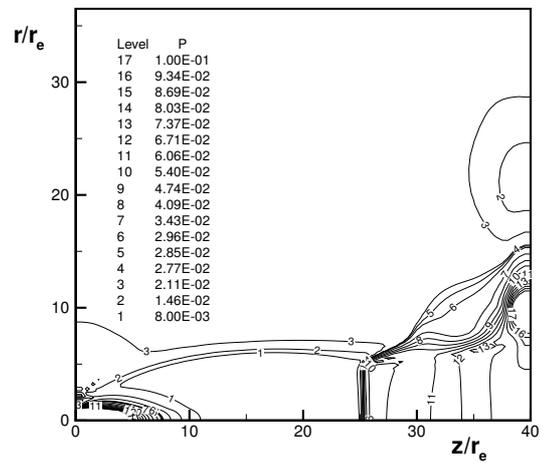
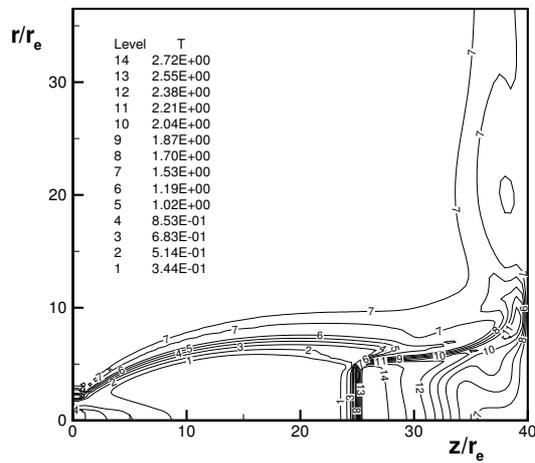


FIG. 4.14 – Isothermes pour la variante 8, à l'instant t_2 FIG. 4.15 – Isobares pour la variante 8, à l'instant t_2

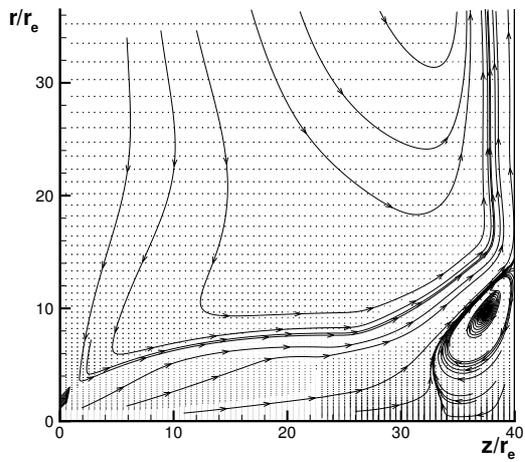


FIG. 4.16 – Lignes de courant pour la variante 8, à l'instant t_1

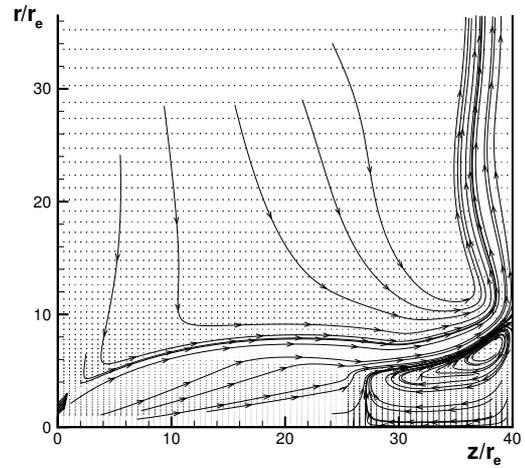


FIG. 4.17 – Lignes de courant pour la variante 8, à l'instant t_2

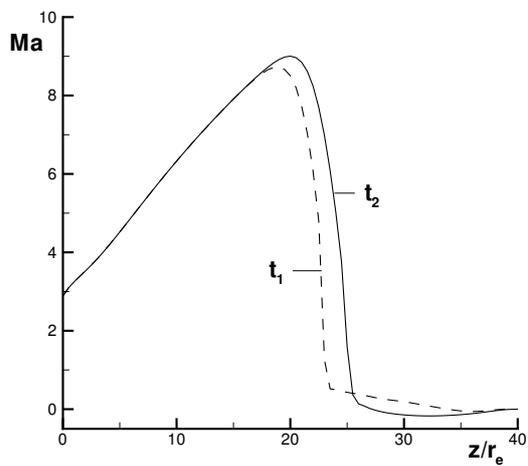


FIG. 4.18 – Distribution du nombre de Mach pour la variante 8, aux instants t_1 et t_2

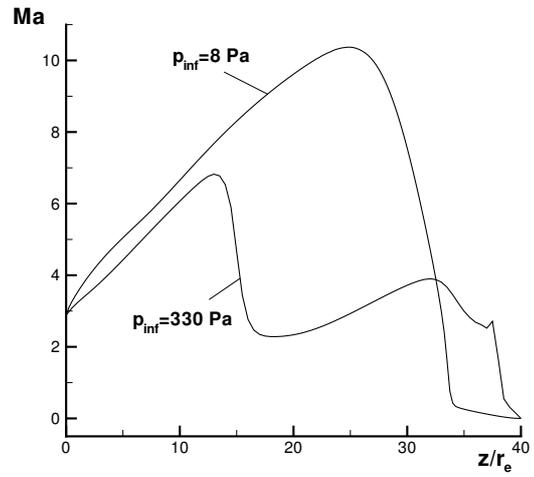
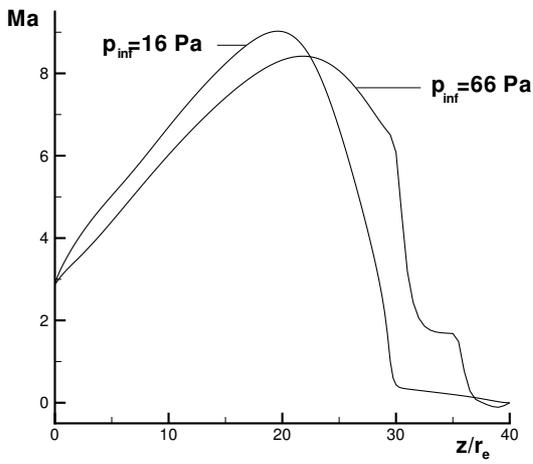


FIG. 4.19 – Distribution du nombre de Mach, variantes 2 et 4

FIG. 4.20 – Distribution du nombre de Mach, variantes 7 et 9

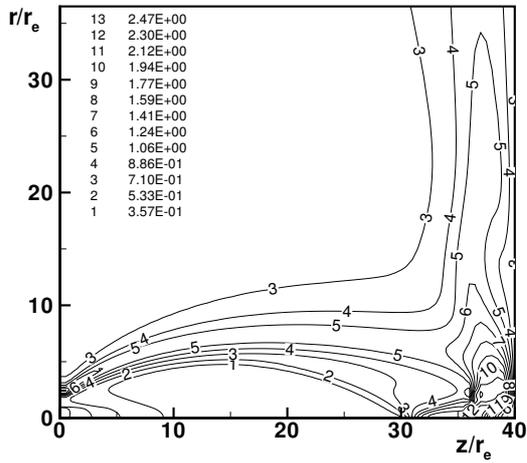


FIG. 4.21 – Isothermes, variante 4

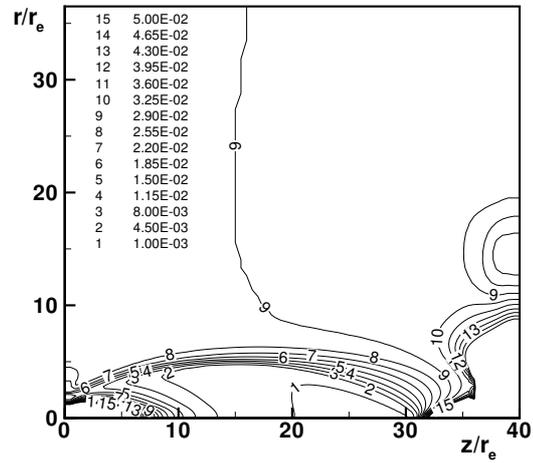


FIG. 4.22 – Isobares, variante 4

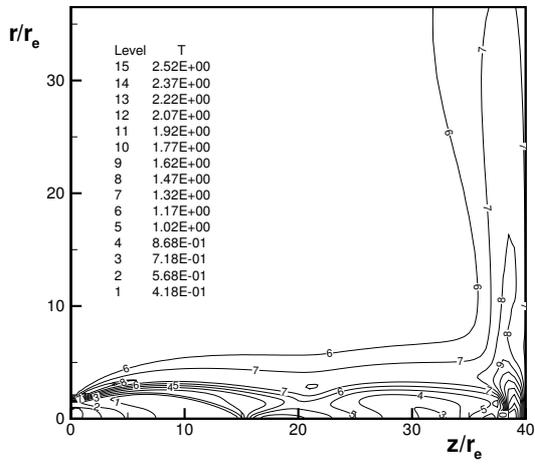


FIG. 4.23 – Isothermes, variante 9

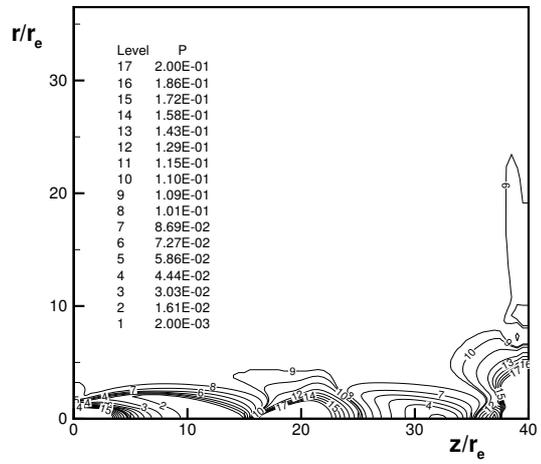


FIG. 4.24 – Isobares, variant 9

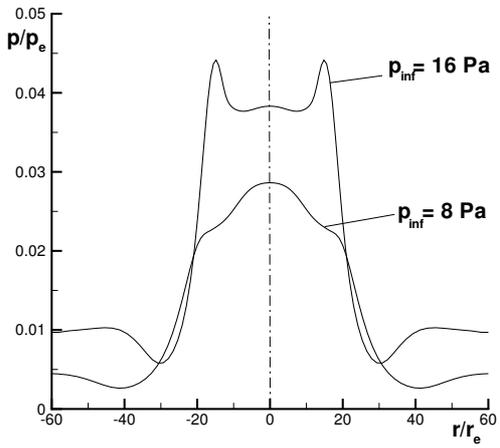


FIG. 4.25 – Pression de paroi, variantes 1,2

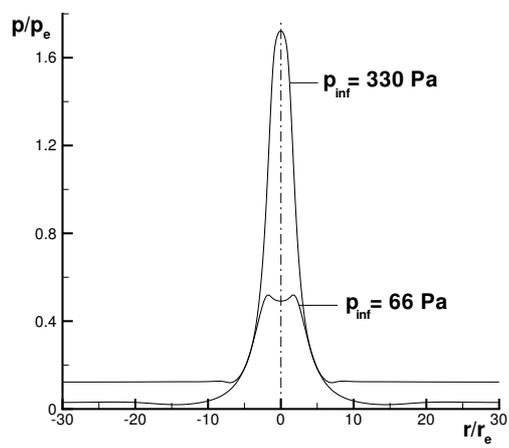


FIG. 4.26 – Pression de paroi, variantes 4,6

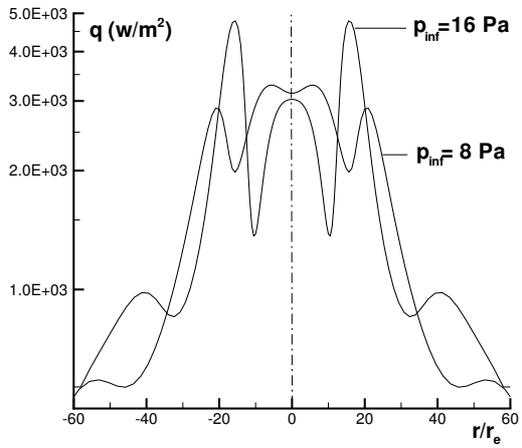


FIG. 4.27 – Pression de paroi, variantes 1,2

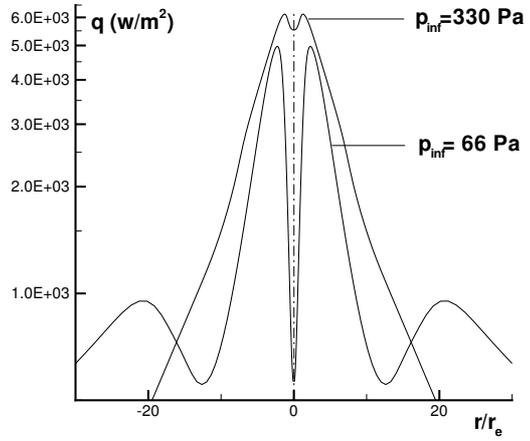


FIG. 4.28 – Flux thermique à la paroi, variantes 4,6

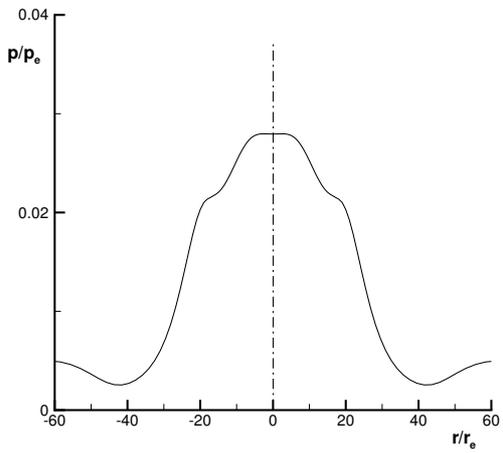


FIG. 4.29 – Pression de paroi, variante 7

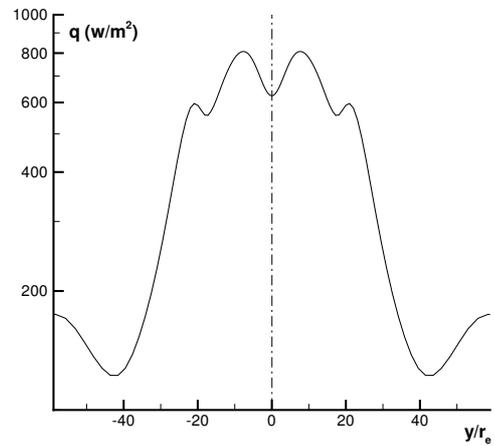


FIG. 4.30 – Flux thermique à la paroi, variante 7

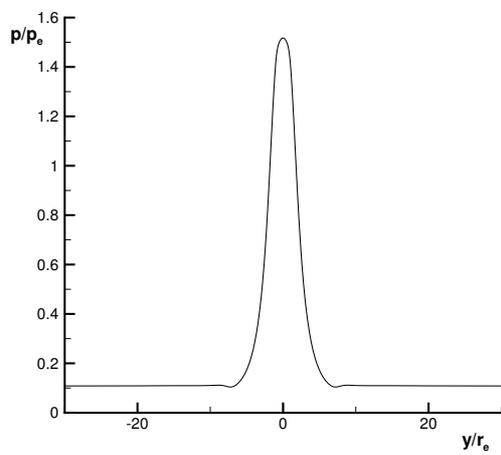


FIG. 4.31 – Pression de paroi, variante 9

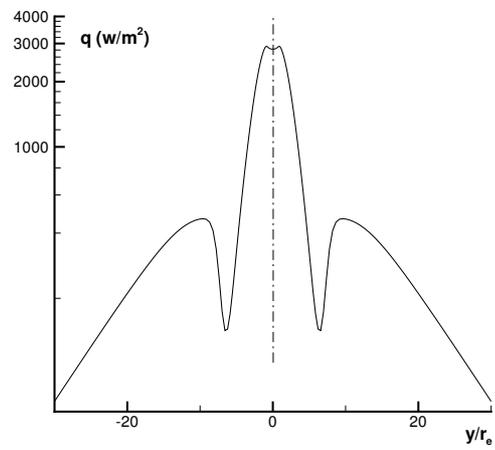


FIG. 4.32 – Flux thermique à la paroi, variante 9

- [1] Abramovich G.N. : Applied gas dynamics. Ed. Nauka, Moscow, 1991, Vol.1 (en Russe).
- [2] Allègre J., Bisch D., Lengrand J.C. : Impact de jets sur des parois : Mesures de pression et visualisations, Lab. d'Aérothermique du CNRS, rapport de contrat RC 96-1, Janv. 1996.
- [3] Allègre J., Chaix A., Gorchakova N.G., Purpura C., Lengrand J.C. : Etude expérimentale de jets propulsifs issus de tuyères parallèles. Lab. d'Aérothermique du CNRS, rapport de contrat RC 2000-1, Sept. 2000.
- [4] Allègre J., Lengrand J.C. : Impact de jets sur des parois : Mesures de flux thermique, Lab. d'Aérothermique du CNRS, rapport de contrat RC 96-3, Oct. 1996.
- [5] Allègre J., Lombardo G., Lengrand J.C. : Interaction entre deux jets et une paroi de satellite. Lab. d'Aérothermique du CNRS, rapport de contrat RC 99-1, Janv.1999.
- [6] Allègre J., Raffin M., Lengrand J.C. : Influence of background pressure on the impingement of an exhaust plume upon a perpendicular flat plate, Proceedings of the 15th Intern. Symp. on RGD, Ed. V.Boffi et al., B.G. Teubner Stuttgart, V.1, pp.539 - 547, 1986.
- [7] Bird G.A. : Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows, Clarendon press, Oxford, 1998.
- [8] Chirokov I.A., Elizarova T.G., Lengrand J.C. : Calcul tridimensionnel de l'interaction de deux jets sous-détendus par une approche continue, Lab. d'Aérothermique du CNRS, note technique NT 2001-2, 2001.
- [9] Elizarova T.G., Chetverushkin B.N. : Kinetic algorithms for calculating gasdynamic flows, Journal of Computational Mathematic and Mathematical Physics, 1985, v. 25, pp. 164-169.
- [10] Elizarova T.G., Sheretov Yu.V. : Theoretical and numerical investigation of quasigasdynamic and quasihydrodynamic equations, J. Comput. Mathem. and Mathem. Phys., 2001, V.41, No 2., pp.219-234.
- [11] Elizarova T.G., Graur I.A., Lengrand J.C., Chpoun A. : Rarefied gas flow simulation based on quasigasdynamic equations, AIAA J., 1995, V. 33, N 12, pp. 2316-2324.
- [12] Graur I.A. : The algorithms for the numerical solution of quasi gasdynamic equations, J.Comput. Mathem. and Mathem. Phys., V. 33, No 8, pp. 1356-1371, 1999.

- [13] Graur I.A., Elizarova T.G., Lengrand J.C. : Quasigasdynamic equations with multiple translational temperatures, Laboratoire d'Aérothermique du CNRS, rapport R 97-1, 1997.
- [14] Graur I.A., Elizarova T.G., Lengrand J.C. : Numerical computation of shock wave configurations in underexpanded jets, Laboratoire d'Aérothermique du CNRS, rapport R 99-2, 1999.
- [15] Graur I.A., Elizarova T.G., Lengrand J.C. : Calcul de jets sous-détendus par une approche continue, Lab. d'Aérothermique du CNRS, note technique NT 2001-1, 2001.
- [16] Kogan M.N. : Rarefied gas dynamics, Plenum Press, New York, 1969.
- [17] Lengrand J.C., Chpoun A., Graur I.A., Elizarova T.G. : Supersonic rarefied gas flow around a perpendicular disk, Laboratoire d'Aérothermique du CNRS, rapport R 95-6, 1995.
- [18] Lengrand J.C., Sokolov E.I., Golub V.V. : Plume Impingement Database PID 2000 : Base de données sur les effets de jets, Lab. d'Aérothermique du CNRS, Rapport de contrat RC 2000-2, décembre 2000.
- [19] Lifshiz E.M., Pitaevsky L.P. : Physical kinetic, Ed. Nauka, Moscow, 1979 (in Russian).
- [20] Mate B., Graur I.A., Elizarova T.G., Chirokov I.A., Tejada G., Fernandez J.M., Montero S. : Experimental and numerical investigation of an axisymmetric supersonic jet, Journal of Fluid Mechanics, 2001, vol.426, pp.177–197.
- [21] Savin A.V., Sokolov E.I. : Influence of rarefaction on oscillations in an underexpanded jet impinging upon a flat plate : Numerical simulation, Proceedings of 21th Intern. Symp. on RGD, France, Ed. R.Brun et al., Cepadues, pp.623–630, 1998.
- [22] Sheretov Yu.V. : Mathematical modeling of the gasdynamic and hydrodynamic flows based on quasihydrodynamic and quasigasdynamic equations, Tver University, 2000 (in Russian).
- [23] Sheretov Yu.V. : Quasihydrodynamic equations as a model for viscous compressible heat conductive flows, in : Implementation of functional analysis in the theory of approaches, Tver University, 1997, pp.127–155 (en russe).
- [24] Schlichting H. : Boundary layer theory, Pergamon press, London, 1955.
- [25] Skovorodko P.A., Lengrand J.C. : Computation of nozzle and plume flow, Laboratoire d'Aérothermique du CNRS, rapport R 96-2, 1996.
- [26] Teshima K., Usami M. : DSMC calculation of supersonic expansion at a very large pressure ratio, 22nd Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, AIP Conf. proceedings 585, ed. T.J. Bartel and M.A. Gallis, 2001, pp. 737–744.