

УДК 517.958:533.7

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ТОПЛИВНЫХ БАКАХ

© 2013 г. *Т.Г. Елизарова, Д.С. Сабурин**

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН; telizar@mail.ru
* Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра математики

Работа поддержана грантом РФФИ 10-01-00136.

Проведено численное моделирование колебаний жидкости в замкнутом сосуде. Постановка задачи соответствует ситуациям, возникающим в топливных баках ледокольных судов при их столкновениях с ледовыми препятствиями и движении на волнах. Результаты получены с использованием регуляризованных уравнений мелкой воды.

Ключевые слова: регуляризация, уравнения мелкой воды, колебания в топливных баках.

NUMERICAL MODELING OF LIQUID FLUCTUATIONS IN FUEL TANKS

*T.G. Elizarova, D.S. Saburin**

Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow telizar@mail.ru
* Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow

Mathematical modeling of liquid fluctuations in closed volume is presented. The problem formulation is made in accordance with the practical situations, that can be observed in fuel tanks of modern ice breakers during their collisions with ice and manoeuvres in waves. Numerical results are obtained using regularized shallow water equations.

Key words: regularization, shallow water equations, liquid fluctuations in tanks.

Введение

Изучение колебаний топлива и других жидкостей, помещенных в баки современных ледокольных судов, представляет большой практический интерес. В частности, это позволяет оценить нагрузки на стенки бака при движении судна на волнах или при его внезапной остановке при соударении со льдиной [1-3]. Движение жидкости в баке является трехмерным и существенно нестационарным. Для описания таких течений используются современные комплексы программ, основанные на уравнениях Навье-Стокса с применением моделей турбулентности и реализованные на параллельных вычислительных системах [2, 3]. Однако в случаях, когда заполнение бака невелико, для численного моделирования такого течения можно использовать уравнения гидродинамики в приближении мелкой воды (МВ) [4], что существенно упрощает расчеты.

В [5] был предложен и оттестирован новый метод решения уравнений Сен-Венана, или мелкой воды, основанный на сглаживании классических уравнений по малому интервалу времени. Данная процедура приводит к возникновению регуляризующих добавок, которые обеспечивают устойчивость численного решения задачи в широком диапазоне чисел Фруда. Обобщение построенного алгоритма на случай течений, в которых возможно образование и исчезновение областей сухого дна, было сделано в [6]. Такие ситуации возникают при набегании волн на побережье, в паводковых течениях, а также при колебаниях жидкости в сосуде со сложной формой дна.

Регуляризирующие добавки для уравнений МВ были получены также на основе квазигазодинамических (КГД) уравнений, при их записи в баротропном приближении. Вычислительные алгоритмы, основанные на КГД уравнениях, широко использовались для решения уравнений гидродинамики вязкого газа и вязкой несжимаемой жидкости, см, например, монографии [7–10]. В [11] было показано, что сглаживающие добавки могут быть построены путем осреднения исходных уравнений гидродинамики по малому промежутку времени с использованием специальных предположений и ограничений.

Для уравнений МВ с регуляризирующими слагаемыми справедлив закон невозрастания полной энергии, что доказывает диссипативный характер построенного регуляризатора [12]. В [13] аналогичный результат в виде строгих теорем получен для указанной системы, описывающей течения над плоским дном. Здесь же доказана единственность решения для линейного приближения этой системы. Примеры численного моделирования течений на основе регуляризованных уравнений МВ приведены в [5, 6, 14] и [15].

В данной работе рассматривается движение жидкости в плоскости симметрии бака. Задача решается в неинерциальной системе координат. Расчеты проводятся на основе регуляризованных уравнений мелкой воды.

1. Система уравнений мелкой воды и постановка задачи

Система уравнений мелкой воды, или уравнений Сен-Венана, в потоковой записи может быть представлена в виде

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \operatorname{div} hu = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(h\mathbf{u})}{\partial t} + \operatorname{div}(h\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla \frac{gh^2}{2} = h(\mathbf{f} - g\nabla b) - \mu\mathbf{u} |\mathbf{u}|. \quad (2)$$

Неизвестными величинами в системе (1), (2) являются $h(\mathbf{x}, t)$ – высота уровня жидкости и $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ – ее скорость. Здесь известная величина $b(\mathbf{x})$ определяет отметку рельефа дна, $g=9.8\text{м/сек}^2$ – ускорение силы тяжести, \mathbf{f} – внешняя массовая сила, μ – безразмерный коэффициент гидравлического трения.

Рассматривается резервуар, в котором находится неподвижная жидкость с отметкой уровня h_0 , то есть $h(\mathbf{x}, 0) = h_0$. На границах резервуара ставятся условия непротекания для скорости и отражения для величины h

$$u = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial x_i} = 0.$$

Задача рассматривается в неинерциальной системе координат, в которой процесс остановки или неравномерного движения судна описывается действием массовой силы инерции $\mathbf{f}(t)$. Величина силы определяется законом изменения скорости судна от времени $\mathbf{V}(t)$ и рассчитывается в виде

$$\mathbf{f} = \frac{d\mathbf{V}}{dt}.$$

При остановке судна вследствие соударения со льдиной сила \mathbf{f} действует на жидкость в течение некоторого заданного промежутка времени Δt_0 . При движении судна на волнах задается соответствующий закон изменения скорости.

В практических ситуациях сила инерции действует только в направлении движения судна, то есть имеет только одну компоненту, направленную вдоль оси бака, расположенного также вдоль продольной оси судна. Поэтому в данной работе рассматривается течение жидкости только в плоскости симметрии бака и задача решается в одномерном приближении.

2. Регуляризованные уравнения мелкой воды и метод численного решения

Для численного решения уравнений мелкой воды будем использовать регуляризованный вид этих уравнений, см., например, [5]. Для плоского одномерного течения система регуляризованных уравнений МВ имеет вид, см., например, [15]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial j_m}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial j_m u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{gh^2}{2} \right) = \left(h - \tau \frac{\partial hu}{\partial x} \right) \cdot \left(f - g \frac{\partial b}{\partial x} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial x} - \mu u |u|, \quad (4)$$

где

$$j_m = h(u - w), \quad w = \frac{\tau}{h} \left(\frac{\partial hu^2}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial x} + gh \frac{\partial b}{\partial x} - hf \right), \quad (5)$$

$$\Pi = \tau uh \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial b}{\partial x} - f \right) + \tau gh \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \tau \frac{gh^2}{2} \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (6)$$

где τ – параметр регуляризации, или сглаживания.

При $\tau = 0$ система уравнений (3)–(6) переходит в классическую систему уравнений мелкой воды (1)–(2). При проведении численных расчетов слагаемые с коэффициентом τ рассматриваются как регулярирующие добавки.

Для численного решения регуляризованных уравнений мелкой воды будем использовать явную по времени разностную схему с аппроксимацией всех пространственных производных центральными разностями. Значения искомых переменных $h(x, t)$ и $u(x, t)$ отнесены к узлам пространственной сетки. Устойчивость численного

алгоритма обеспечивается слагаемыми с коэффициентом τ , величина которого связывается с шагом пространственной сетки h_x и вычисляется в виде

$$\tau = \alpha \frac{h_x}{c}, \quad c = \sqrt{gh(x,t)}, \quad (7)$$

где c – скорость распространения малых возмущений, рассчитанная в приближении модели МВ, $0 < \alpha < 1$ – численный коэффициент, выбираемый из условий точности и устойчивости счета. Шаг по времени выбирается в соответствии с условием Куранта, которое для данной задачи имеет вид

$$\Delta t = \beta (h_x / c)_{\min}. \quad (8)$$

Здесь коэффициент $0 < \beta < 1$ зависит от величины параметра регуляризации τ и подбирается в процессе вычислений для обеспечения монотонности численного решения. Разностный алгоритм решения системы уравнений (3)–(6) приведен, например, в [15, 14]. В расчетах использовались равномерные пространственные сетки.

3. Остановка судна при его столкновении со льдиной

Задача решалась в постановке [3]. Длины резервуара L составляла от 30 до 40 метров, начальная высота уровня h_0 не превышала 3 метров. В плоскости симметрии резервуар имел плоское дно $b(x) = \text{const}$. Коэффициент гидравлического трения μ принимал значения 0 и 0.001. Предполагается, что скорость судна V направлена вдоль оси x . Законы изменения скорости движения судна-газовоза при его соударении с ледовым препятствием описываются полиномами шестой степени [3]. Для начальной скорости движения судна в 8 узлов этот полином имеет вид

$$V = -6.8192t^6 + 22.639t^5 - 7.693t^4 - 12.453t^3 + 0.1757t^2 - 0.0249t + 4.1161, \quad (9)$$

для начальной скорости движения судна в 6 узлов

$$V = -2.4914t^6 + 9.3244t^5 - 3.5721t^4 - 6.5188t^3 + 0.1037t^2 - 0.0165t + 3.0871, \quad (10)$$

для начальной скорости судна в 4 узла

$$V = -0.6027t^6 + 2.671t^5 - 1.2116t^4 - 2.618t^3 + 0.0493t^2 - 0.0093t + 2.0581. \quad (11)$$

Один морской узел = 0.514 м/сек. В приведенных выше формулах размерность скорости – метры в секунду. В дальнейшем все величины даны в системе СИ. Графики скоростей приведены на рис.1. Из графиков наглядно видно, что для всех трех вариантов остановка судна происходит за время порядка 1 сек.

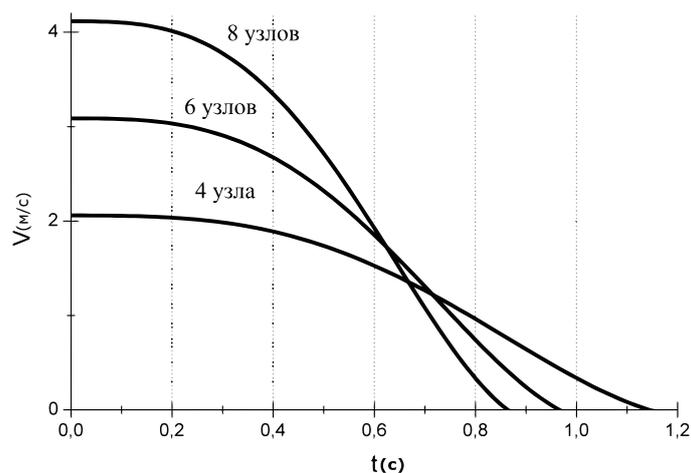


Рис.1. Примеры эволюции скорости судна при его остановке.

Общая картина течения. Остановимся на варианте расчета, в котором начальная скорость судна составляет 8 узлов, длина бака $L=33.6$ м и начальная высота жидкости $h_0 = 1.46$ м.

На рис.2 приведено положение уровня жидкости $h(x)$ для четырех последовательных моментов времени 0, 0.98, 5 и 8.5 сек. Виден характерный заброс жидкости вверх по передней стенке бака и постепенное понижение уровня с течением времени. На рис.3 приведены соответствующие распределения скорости жидкости в баке. На обоих представленных графиках видны большие градиенты в распределениях скорости и высоты. На этих временах число Фруда $Fr = |u|/c$ достигает значения 1.1, что соответствует сверхкритическому течению, характерному для формирования разрывных решений типа гидравлического прыжка.

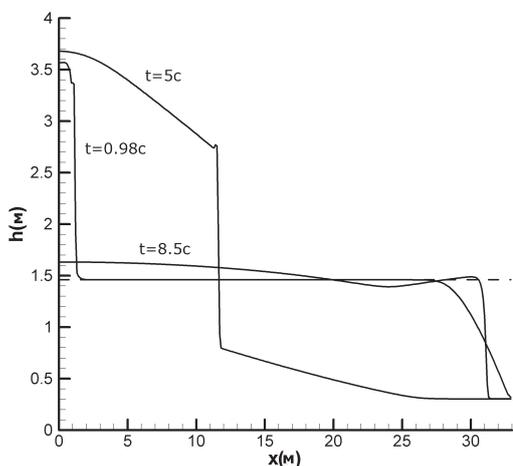


Рис.2. Уровень жидкости для последовательных моментов времени, $h_0 = 1.46$ м.

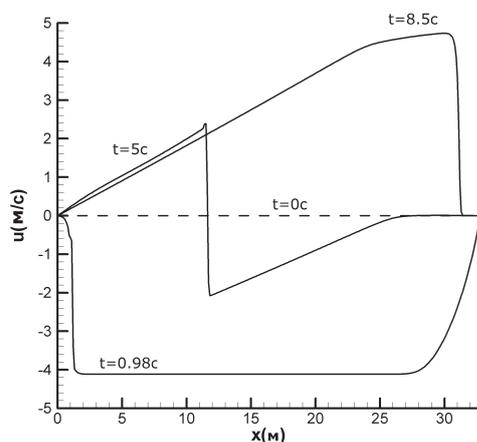


Рис.3. Распределение скорости для последовательных моментов времени, $h_0 = 1.46$ м.

С практической точки зрения интерес представляет величина нагрузки на стенки бака при остановке судна. Давление в баке P вычисляется как $P(x, t) = P_{atm} + gh(x, t)\rho$, где ρ – плотность жидкости, P_{atm} – атмосферное давление, включая давление паров жидкости.

Фрагмент графика колебаний давления на передней стенке бака приведен на рис.4 для варианта расчета $L=36.5$ м, $h_0=2.86$ м, $\mu=0$. Здесь $\rho=700$ кг/м³, $P_{atm}=101$ кПа. В начале процесса колебания имеют нерегулярную форму, однако с течением времени устанавливаются слабо затухающие гармонические колебания, которые полностью сглаживаются на временах порядка 700 сек. На временах $100 < t < 500$ колебания жидкости в баке близки к гармоническим. Вследствие условий отражения на стенках на длине бака L укладывается половина длины волны основной частотной моды $\lambda = 2L$. Таким образом, период колебания T связан со скоростью волны c соотношением

$$T = \frac{2L}{c}. \quad (12)$$

В [4], стр. 60, приведена аналитическая формула для скорости распространения гравитационной волны на неограниченной поверхности жидкости глубины h_0

$$c = \frac{\sqrt{g}}{2\sqrt{k \operatorname{th}(kh_0)}} \left(\operatorname{th}(kh_0) + \frac{kh_0}{\operatorname{ch}^2(kh_0)} \right). \quad (13)$$

Для данного расчета глубина жидкости в баке $h_0=2.86$ м и волновое число $k=2\pi/\lambda = \pi/L$. Таким образом, $kh_0=0.24$, что приблизительно соответствует длинноволновому приближению $kh_0 \ll 1$. В этом приближении выражение (13) упрощается и принимает вид $c = \sqrt{gh_0}$.

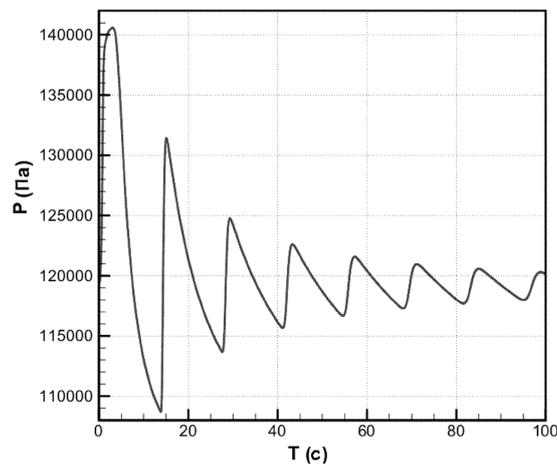


Рис.4. График зависимости давления на переднюю стенку от времени, фрагмент 0–100 сек, высота уровня $h_0 = 2.86$ м, скорость 8 узлов.

Согласно (12) и (13) значение периода колебаний в рассматриваемом случае составляет $T = 14.26$ сек. Использование длинноволнового приближения дает значение $T = 13.86$ сек. В приведенном расчете период колебаний составляет 14 ± 0.45 сек при его измерении в интервале времени $30 < t < 550$ сек. Полученное значение соответствует теоретическим оценкам, основанным на величине скорости распространения гравитационной волны в жидкости.

Таким образом, для указанного интервала времени можно говорить о выходе численного решения на аналитическую зависимость, которая полностью согласуется с гидродинамическим описанием процесса колебаний. Последнее подтверждает физический характер диссипации в используемом авторами разностном алгоритме.

Сопоставление с расчетами по 3D модели. Детальное исследование колебаний жидкости в баке газозова приведено в [3], где возникающее при остановке судна пространственное нестационарное течение рассчитано на основе осредненных по времени уравнений Навье-Стокса в форме уравнений Рейнольдса для учета влияния турбулентности (URANS модель). Задача решалась в приближении вязкой несжимаемой жидкости с учетом изменения формы поверхности. Для численного решения задачи применялся метод конечных элементов, адаптированный для его использования на высокопроизводительных параллельных вычислительных системах. Последнее является необходимым для решения этой весьма трудоемкой в вычислительном плане задачи. Ввиду вычислительной сложности и с учетом потребности практики расчеты выполнялись до времени порядка 20 сек. В [3] рассчитаны течения при остановке судна для случая произвольного уровня заполнения бака, однако имеется и расчет для заполнения бака на десять процентов его емкости. В последнем случае высота h_0 составляет 1.46 м, что существенно меньше длины бака. Приближенные данные о таком течении в баке могут быть получены на основе уравнений мелкой воды.

Результаты расчетов в рамках уравнений МВ приведены на рис.5, где представлены графики изменения от времени давления на переднюю и заднюю стенки бака в течение первых 20 сек. Начальная скорость судна 8 узлов, начальная высота жидкости 1.46 м, значение коэффициента трения составляет $\mu = 0.001$. На рис.6 представлены соответствующие графики, полученные в [3] для двух точек, расположенных на дне передней и задней стенок бака.

Из сопоставления приведенных графиков видно, что несмотря на ограниченность модели приближения мелкой воды, основные особенности в распределении нагрузки на передней и задней стенках бака передаются достаточно хорошо. В частности, в обоих расчетах близки максимальные и минимальные значения давления на этих стенках, в удовлетворительном соответствии находятся и моменты времени, соответствующие набеганию и отходу волны давления на переднюю и заднюю стенки бака. Действительно, для передней стенки бака время прихода первой волны давления для обеих моделей составляет ~ 1 сек, время прихода второй волны давления составляет ~ 17.5 и 16 сек для моделей МВ и URANS соответственно. Для задней стенки время отхода волны давления для обеих моделей составляет ~ 1 сек, а время прихода волны давления определяется как ~ 9 и 8 сек для приближений МВ и URANS соответственно.

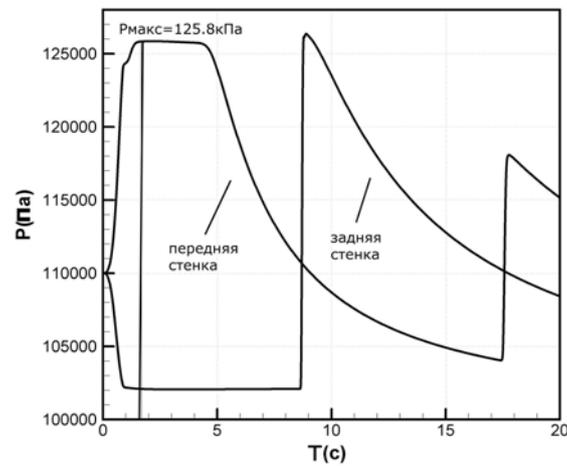


Рис.5. Зависимость давления на переднюю и заднюю стенки резервуара от времени, фрагмент 0–20 сек, скорость 8 узлов, высота уровня $h_0 = 1.46$ м.

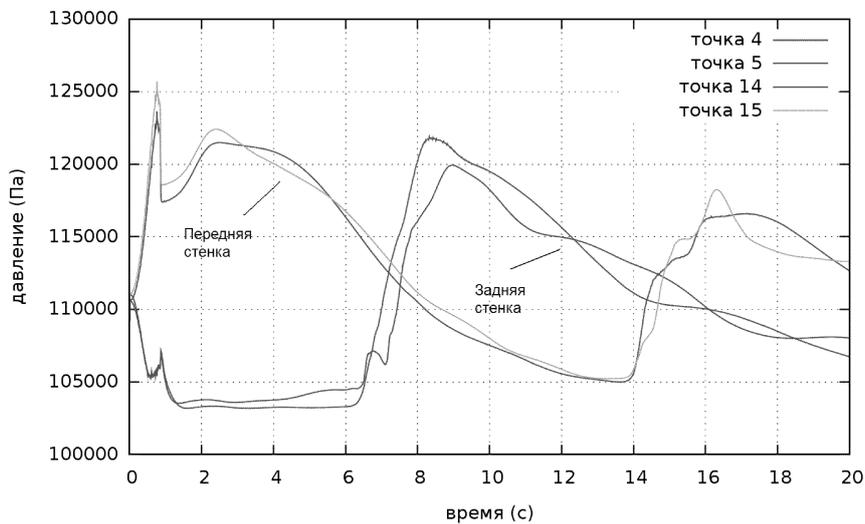


Рис.6. То же, расчет по модели URANS [3].

Следует отметить, что данный расчет в приближении уравнений мелкой воды длится несколько минут на персональном компьютере, что несравнимо с вычислительными затратами, необходимыми для расчета задачи в полной постановке [3].

Графики распределения нагрузки на стенки бака для скоростей судна в 6 и 4 узла приведены на рис.7. Видно, что при уменьшении начальной скорости судна как минимальные, так и максимальные нагрузки на стенки бака снижаются, а продолжительность максимальных нагрузок увеличивается. Последнее видно по уширению максимума на графике нагрузки на заднюю стенку бака. При этом с уменьшением начальной скорости время прихода соответствующих волн давления на стенки несколько увеличивается. Проведенные расчеты показывают также, что с увеличением длины бака L и уменьше-

нием начальной высоты уровня жидкости h_0 время прихода второго пика давления на переднюю и заднюю стенки бака увеличивается. Сглаживающее влияние коэффициента трения μ на градиенты давления оказывается незначительным.

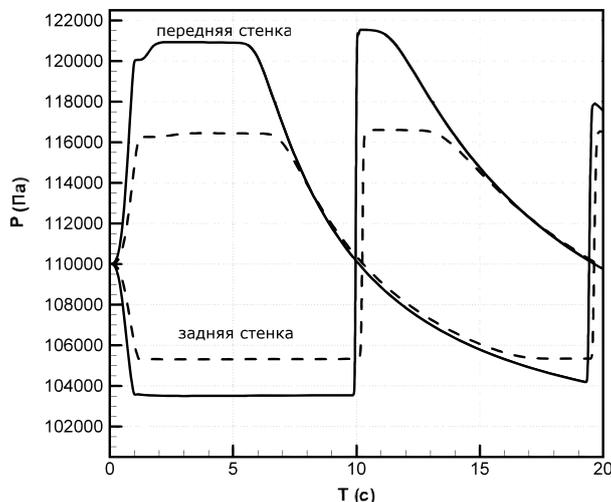


Рис.7. Давление на переднюю стенку резервуара, начальная высота уровня $h_0 = 1.46$ м, скорость 6 узлов (сплошная линия) и скорость 4 узла (пунктир).

В табл.1 приведены соотношения максимальных нагрузок на переднюю стенку бака, рассчитанных для указанных трех режимов движения судна в рамках уравнений мелкой воды и модели URANS [3].

Таблица 1. Максимальные нагрузки на переднюю стенку бака. Расчет по уравнениям МВ при $\alpha = 0.1$.

Скорость	8 узлов	6 узлов	4 узла
URANS модель	125 кПа	121 кПа	117 кПа
Уравнения мелкой воды	125.8 кПа	121.5 кПа	116.6 кПа

Из приведенной таблицы видно хорошее количественное совпадение результатов, полученных с использованием приближенной и более точной моделей процесса для максимальных нагрузок на стенку бака для всех трех исследованных режимов остановки судна.

Приведенные выше расчеты были выполнены на пространственной сетке с $h_x = 0.1$ м, шагом по времени $\Delta t = 0.0026$ сек, который соответствует числу Куранта $\beta = 0.1$, и параметром регуляризации τ , рассчитанным по формуле (7) при $\alpha = 0.1$. При меньших значениях α в решении появляются численные осцилляции, которые могут быть устранены путем уменьшения шага по времени. Расчеты на сетках с шагами 2, 0.5 и 0.1 м оказались практически неразличимы, что говорит о достигнутой сходимости численного решения по сетке.

Образование областей сухого дна. Исследование процесса формирования в резервуаре областей с сухим дном является важным аспектом данной задачи с точки зрения оценки механических нагрузок на донную поверхность и стенки бака. Сам термин "сухое дно" означает образование или наличие в резервуаре зон с нулевым уровнем жидкости. Для расчета задач, в которых возможно образование зон с сухим дном, описанный выше алгоритм модифицируется следующим образом: если в некоторой пространственной точке i на новом временном слое уровень жидкости h_i стал меньше некоторого фиксированного значения ε , то в этой точке на новом временном слое значения скорости жидкости u_i и параметра регуляризации τ полагаются равными нулю [6].

Для задач остановки судна при соударении с ледовым препятствием были проведены расчеты для всех трех начальных скоростей, длины бака 33.6 м и различных уровней заполнения бака с целью определения, начиная с какого уровня заполнения в резервуаре могут образовываться области с сухим дном. Минимальная высота, принятая за отсчет сухого дна, составляла $\varepsilon=0.001$ м. В табл.2 приведены максимальные значения уровня жидкости в баке, при которых образуется сухое дно, для всех трех начальных скоростей. Здесь же приведены максимальные значения числа Фруда, которые получились в описанных расчетах.

Таблица 2. Максимальные значения уровня жидкости, соответствующие появлению зон сухого дна, и соответствующие максимальные числа Фруда.

Скорость	8 узлов	6 узлов	4 узла
Максимальный уровень жидкости	0.53 м	0.31 м	0.15 м
Максимальное число Фруда	10.7	8.21	4.92

Рассмотрим процесс формирования зоны сухого дна на примере варианта расчета с начальной скоростью 8 узлов и $h_0=0.53$ м. В начальные моменты времени общий вид решения качественно соответствует рис.2, за исключением того, что в правой части области к моменту времени ~ 5 сек уровень h опускается до нулевой отметки.

Само по себе формирование областей сухого дна не приводит к вычислительным неустойчивостям, однако образование областей с низким уровнем жидкости $h > \varepsilon$ в некоторые моменты времени сопровождается резким возрастанием локального числа Фруда, что может приводить к неустойчивости численного решения. Причины появления высоких значений Fr наглядно видны на рис.8. Действительно, значение Fr резко возрастает при движении волны, отраженной от левой стенки, направо, когда уровень жидкости вблизи правой стенки достаточно низкий, но превосходит ε . При этом большие значения Fr держатся в пределах не более 5 секунд, и численное решение не теряет устойчивости. При продолжении расчета величины Fr не превышают 2. Параметры алгоритма для этого варианта составляли $\alpha=0.3$ и число Куранта $\beta=0.01$. При дальнейшем уменьшении уровня заполнения резервуара h_0 указанные процессы проявляются более интенсивно. Устойчивость численного алгоритма резко возрастает при увеличении значения ε .

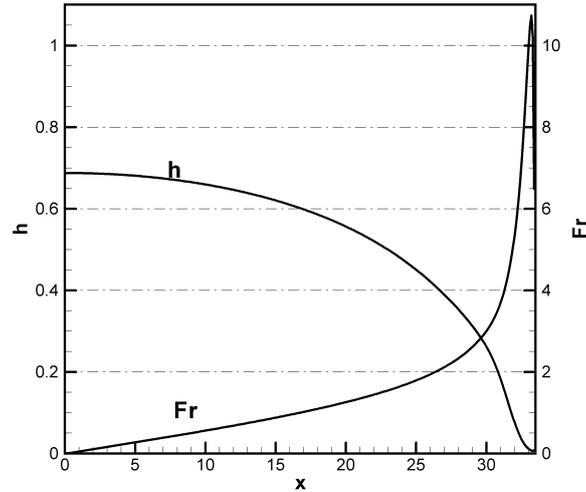


Рис.8. Распределение высоты жидкости h и числа Фруда Fr при начальной высоте $h_0=0.53$ м и начальной скорости 8 узлов на момент времени $t=11$ с.

Для более аккуратного решения задачи с низким начальным уровнем жидкости используемую математическую модель следует дополнить более точным учетом гидравлического трения, включающим в себя реальные значения коэффициента Маннинга.

4. Колебание судна на волнах

При исследовании влияния волновой нагрузки на поведение жидкости в баке предполагается, что в начальный момент судно неподвижно и жидкость в баке покоится, затем скорость судна изменяется пропорционально $\sin(\omega t)$. Таким образом, плотность силы инерции представляется в виде

$$f(t) = -V\omega \cos(\omega t), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (14)$$

где T – заданный период колебания, V – характерная скорость. Для практических приложений интерес представляют колебания с периодами $T_1=60$ сек, $T_2=120$ сек, $T_3=600$ сек и $V=8$ узлов.

Расчет трех указанных вариантов проводился для длины бака $L=33.6$ м, начальной высоты уровня $h_0=1.46$ м на пространственной сетке с шагом $h_x=0.1$ м для параметров расчета $\alpha=0.1$ и $\beta=0.1$.

На рис.9 представлена зависимость от времени давления на переднюю стенку бака для периода колебаний $T_1=60$ сек. Фрагмент графика показывает эволюцию давления на передней и задней стенках бака в первые 20 сек. Из рисунка видно, что основная нагрузка на стенки приходится на первый момент времени, при этом колебания носят сильно нерегулярный характер. Они с течением времени переходят в колебания с частотой вынуждающей силы. Соответствующие картины нагрузок на стенки для волновых перио-

дов T_2 и T_3 приведены на рис.10 и рис.11, 12 соответственно. На двух последних графиках, которые соответствуют периоду колебаний T_3 , отчетливо прослеживается наложение собственных колебаний в баке на колебания с частотой вынуждающей силы.

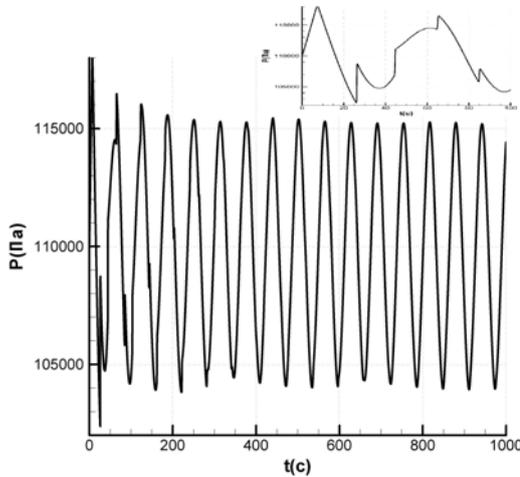


Рис.9. Давление на переднюю стенку резервуара при колебании судна на волнах, период $T_1 = 60$ сек. Вверху – фрагмент графика на начальном этапе по времени.

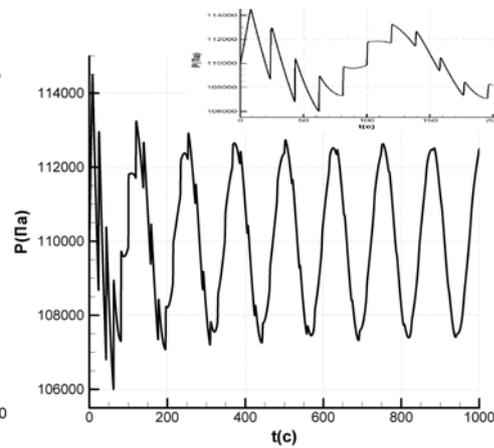


Рис.10. То же, период $T_2 = 120$ сек.

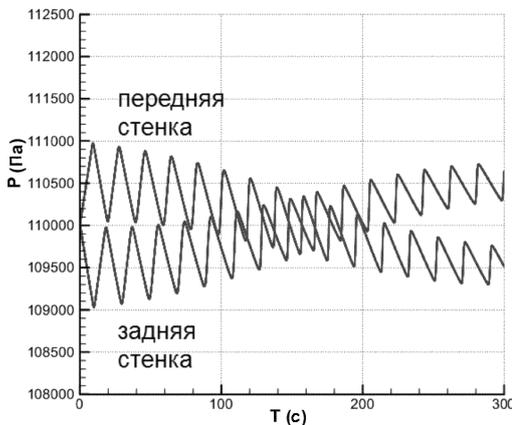


Рис.11. Давление на переднюю и заднюю стенки, $T_3 = 600$ сек, интервал времени 0–300 сек.

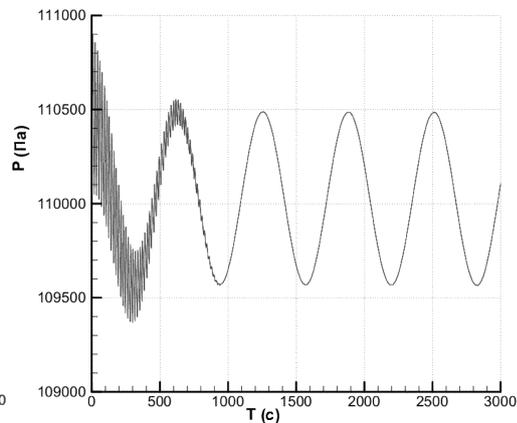


Рис.12. Давление на переднюю стенку, $T_3 = 600$ сек, интервал времени 0–3000 сек.

В табл.3 приведены значения максимальных нагрузок на переднюю стенку бака, рассчитанных для трех вариантов волновых колебаний судна. Полученные в расчетах значения нагрузок представляют интерес для практических приложений.

Таблица 3. Максимальные нагрузки на переднюю стенку бака при колебаниях судна на волнах.

Волновой период	60 сек	120 сек	600 сек
Максимальное давление	118 кПа	114.5 кПа	111 кПа

Выводы и перспективы

В работе представлена математическая модель для описания нестационарных движений жидкостей в баках грузовых судов, движущихся с существенными изменениями скорости. Модель опирается на приближение мелкой воды, что ограничивает рассмотрение баков с относительно невысоким уровнем заполнения.

Численный алгоритм основан на конечно-разностном решении регуляризованных уравнений мелкой воды. Сами регуляризованные уравнения мелкой воды и численный алгоритм их решения тесно связаны с изученным ранее подходом к решению задач гидродинамики на основе квазигазодинамических уравнений. Алгоритм допускает обобщение на случай пространственных течений мелкой воды в резервуарах с произвольной формой дна.

Модель мелкой воды упрощенно описывает сложные процессы движения жидкости в баке, однако полученные данные по пространственным и временным нагрузкам на стенки бака достаточно хорошо совпадают с результатами, полученными ранее для этой задачи в 3D-расчетах на основе численного решения уравнений Рейнольдса с учетом свободной границы жидкости. Очевидно, решение задачи в полной постановке представляет собой сложную и вычислительно трудоемкую проблему.

Предложенный авторами подход позволил кардинально снизить вычислительные затраты и быстро проводить расчеты на больших временах при разнообразных скоростных режимах, например, при движении судна на волнах.

Расчеты позволили получить значения начальных уровней жидкости, при которых возможно образование зон сухого дна. Было установлено, что расчет при малых уровнях жидкости представляет собой дополнительную сложность из-за образующихся при этом больших значениях числа Фруда.

Достаточно точный расчет основных характеристик процесса в сочетании с простотой численного алгоритма в рамках модели мелкой воды делает перспективным использование построенной авторами методики для быстрой оценки максимальных нагрузок на стенки баков кораблей в различных условиях их плавания. Именно эти данные наиболее важны для практических приложений при определении безопасных предельных скоростей движения судна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гурьев Ю.В., Ткаченко И.В., Якушенко Е.И. Компьютерные технологии в корабельной гидродинамике: состояние и перспективы // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*, Сб. научных трудов, 2011, т.4, № 3, с.8-21.
2. Сафрай А.С., Ткаченко И.В. Численное моделирование гравитационных течений жидкости в наклонных каналах // *Изв. РАН, Механика жидкости и газа*, 2009, № 1, с.27-38.

3. Дукарский А.О., Кисилев Д.Б., Ткаченко И.В., Тряскин В.Н., Тряскин Н.В., Якимов В.В. Математическое моделирование колебаний жидкости в грузовых емкостях газозовов при соударении с ледовым препятствием // Морские интеллектуальные технологии, 2011, № 4, с.69-75.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986.
5. Булатов О.В., Елизарова Т.Г. Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений в неглубоких водоемах // ЖВМиМФ, 2011, т.51, № 1, с.170-184.
6. Bulatov O.V., Elizarova T.G. Regularized shallow water equations in numerical modeling of tsunami propagation and runup. Joint Conference Proceedings, 9th International Conference on Urban Earthquake Engineering / 4th Asia Conference on Earthquake Engineering, March 6-8, 2012, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan. p.2017-2025
7. Елизарова Т.Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. – М.: Научный мир, 2007, 351 с.
8. Шеретов Ю.В. Динамика сплошных сред при пространственно-временном осреднении. Москва – Ижевск, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2009, 400 с.
9. Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. – М.: Макс Пресс, 2004.
10. Жериков А.В. Применение квазигидродинамических уравнений: математическое моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости. Saarbrucken: Lambert Academic Publishing, 2010, 124 с.
11. Елизарова Т.Г. Осреднение по времени как приближенный способ построения квазигазодинамических и квазигидродинамических уравнений // ЖВМиМФ, 2011, т.51, №11, с.2096-2105.
12. Злотник А.А. Пространственная дискретизация одномерной баротропной квазигазодинамической системы уравнений и уравнение энергетического баланса // Математическое моделирование, 2012, т 24, №10, с.51-64.
13. Сухомозгий А.А., Шеретов Ю.В. Единственность решения регуляризованных уравнений Сен-Венана в линейном приближении // Вестник Тверского государственного университета, Серия "Прикладная математика", 2012, Вып 1 (24), с.5-7.
14. Елизарова Т.Г., Злотник А.А., Никитина О.В. Моделирование одномерных течений мелкой воды на основе регуляризованных уравнений / Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, № 3, 2011, 36 с.
15. Елизарова Т.Г., Истомина М.А., Шелковников Н.К. Численное моделирование формирования уединенной волны в кольцевом аэрогидроканале // Математическое моделирование, 2012, т.24, № 4, с.107-116.

Поступила в редакцию 05.07.2012.