

## **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ЗАДАЧЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА С ХВОСТОВЫМ РАСШИРЕНИЕМ**

© 2019 г. *И.А. Широков<sup>1</sup>, Т.Г. Елизарова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет ВМК [ivanshirokov@inbox.ru](mailto:ivanshirokov@inbox.ru)

<sup>2</sup> Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН [telizar@mail.ru](mailto:telizar@mail.ru)

Работа поддержана грантом РФФИ 19-01-00262.

DOI: 10.1134/S0234087919100095

Представлены результаты прямого численного моделирования сверхзвукового обтекания цилиндрической модели с хвостовым расширением. Показано сравнение полученных данных с результатами лабораторного эксперимента для чисел Маха 3 и 4 и углов атаки в 10 и 20 градусов. Результаты получены с применением квазигазодинамических уравнений.

Ключевые слова: сверхзвуковое обтекание, квазигазодинамические уравнения, неструктурированные сетки.

### **COMPUTATIONAL EXPERIMENT IN THE PROBLEM OF SUPERSONIC FLOW AROUND A BLUNT BODY WITH TAIL EXPANSION**

*I.A. Shirokov<sup>1</sup>, T.G. Elizarova<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics

<sup>2</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow

The results of direct numerical simulation of supersonic flow around a cylindrical blunt body with tail expansion are presented. The data obtained are compared with the results of laboratory experiments for the Mach numbers 3 and 4 and the angles of attack of 10 and 20 degrees. The results are obtained by using the quasi-gas-dynamic equations.

Keywords: supersonic flows, quasi-gas-dynamic equations, unstructured spatial grids.

### **1. Введение**

В работе приводятся результаты прямого численного моделирования четырех вариантов сверхзвукового обтекания осесимметричной модели в трехмерной постановке с формированием вблизи ее поверхности отрывных вихревых зон, которые могут вызывать генерацию акустических колебаний.

Для выбранной модели имеются данные лабораторных измерений и результаты численного моделирования, поэтому данная конфигурация может рассматриваться как тестовый вариант для оценки точности численных подходов. Расчет течения производится с использованием квазигазодинамических (КГД) уравнений без применения традиционных для подобных задач вычислительных процедур вида лимитеров или ограничителей потоков. Ранее было показано, что численный алгоритм, основанный на КГД уравнениях, позволяет моделировать турбулентные течения при небольших числах Рейнольдса и Маха без привлечения дополнительных моделей турбулентности. В представленных далее расчетах модели турбулентности также не применяются.

Целью работы является изучение возможности применения КГД алгоритма, реализованного на неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке, к моделированию трехмерных нестационарных сверхзвуковых течений вязкого газа, в том числе при использовании не очень хороших сеток.

Модель представляет собой цилиндрическое затупленное тело с расширением в хвостовой части. Общий вид и размеры модели приведены на рис.1 [1].

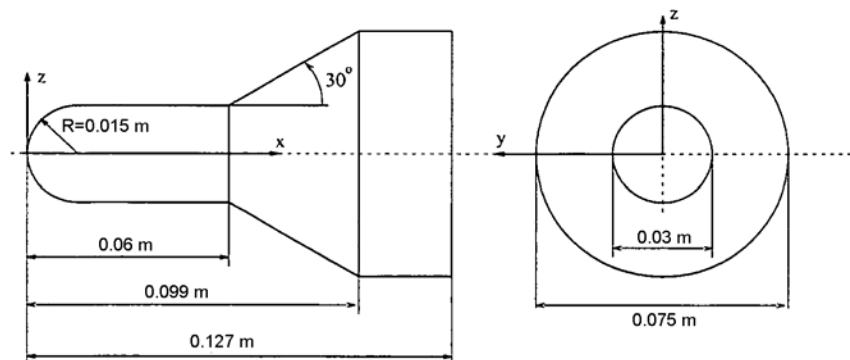


Рис.1. Общий вид и размеры модели.

## 2. Постановка задачи и газодинамические параметры

В стендовом эксперименте, описанном в [1], модель расположена в набегающем потоке воздуха, при этом угол атаки принимает значения  $10^\circ$  и  $20^\circ$ . Рассматриваются числа Маха  $Ma=3$  и  $Ma=4$ . Число Рейнольдса, отнесенное к длине модели  $0.127$  м, равняется  $Re = 6 \cdot 10^6$  (при  $Ma=3$ ) и  $Re = 7.6 \cdot 10^6$  (при  $Ma=4$ ). Отметим, что соответствующие числа Рейнольдса, отнесенные к 1 м, равны  $Re_1 = 4.7 \cdot 10^7$  (при  $Ma=3$ ) и  $Re_1 = 6 \cdot 10^7$  (при  $Ma=4$ ). Параметры набегающего потока имеют следующие значения: газо-

вая постоянная  $R = 287$  Дж/(кг·К), показатель адиабаты  $\gamma = 1.4$ , число Прандтля  $Pr = 14/19$ , показатель межмолекулярного взаимодействия  $\omega = 0.74$ .

### 3. Математическая модель

Система квазигазодинамических (КГД) уравнений построена в работах [2–4] как регуляризованный вид системы уравнений Навье–Стокса (НС). КГД система может рассматриваться как система уравнений НС, усредненная на малом пространственно-временном интервале, что приводит к сглаживанию (регуляризации) исходной системы уравнений.

КГД система уравнений в декартовых координатах в отсутствие внешних сил и источников тепла может быть представлена в виде [3]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla_i j_m^i = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u^j + \nabla_i (j_m^i u^j) + \nabla^j p = \nabla_i \Pi^{ij}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E + \nabla_i (j_m^i H) + \nabla_i q^i = \nabla_i (\Pi^{ij} u_j). \quad (3)$$

Здесь  $\rho$  – плотность газа,  $u^i$  – компоненты его макроскопической скорости,  $p$  – давление. Полная энергия единицы объема  $E$  и полная удельная энтальпия  $H$  идеального политропного газа с показателем адиабаты  $\gamma$  вычисляются по формулам

$$E = \rho u^2 / 2 + p / (\gamma - 1), \quad H = (E + p) / \rho. \quad (4)$$

Вектор плотности потока массы  $j_m^i$  определяется в виде

$$j_m^i = \rho(u^i - w^i), \quad w^i = \frac{\tau}{\rho} (\nabla_j \rho u^i u^j + \nabla^i p). \quad (5)$$

Выражения для тензора вязких напряжений  $\Pi^{ij}$  и теплового потока  $q^i$  записываются как

$$\Pi^{ij} = \Pi_{NS}^{ij} + \tau u^i \rho (u_k \nabla^k u^j + \frac{1}{\rho} \nabla_j p) + \tau \delta^{ij} (u_k \nabla^k p + \gamma p \nabla^k u_k), \quad (6)$$

$$\Pi_{NS}^{ij} = \mu (\nabla^i u^j + \nabla^j u^i - \frac{2}{3} \nabla^k u_k) + \zeta \delta^{ij} \nabla^k u_k, \quad (7)$$

$$q^i = q_{NS}^i - \tau u^i \rho (u_j \nabla^j \varepsilon + p u_j \nabla^j \frac{1}{\rho}), \quad q_{NS}^i = -\kappa \nabla^i T. \quad (8)$$

Здесь  $\varepsilon = p/(\rho(\gamma - 1))$  – внутренняя энергия единицы массы газа,  $\Pi_{NS}^{ij}$  и  $q_{NS}^i$  – тензор вязких напряжений и тепловой поток в системе НС;  $\mu$ ,  $\zeta$  и  $\kappa$  – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости и теплопроводности соответственно,  $T$  – температура газа.

Коэффициент сдвиговой вязкости  $\mu$  определим через температурную зависимость [3]:

$$\mu = \mu_0 (T / T_0)^\omega, \quad (9)$$

где  $\mu_0$  – вязкость газа при температуре  $T_0$ ,  $0 < \omega < 1$  – показатель межмолекулярного взаимодействия. Коэффициент объемной вязкости может быть вычислен с использованием аппроксимационной формулы [3]

$$\zeta = \mu((5/3) - \gamma), \quad (10)$$

коэффициент теплопроводности вычисляется как

$$\kappa = \mu / (\text{Pr}(\gamma - 1)). \quad (11)$$

Коэффициент  $\tau$ , определяющий дополнительную диссипацию в КГД алгоритме, для вязкого политропного газа имеет порядок характерного времени между столкновениями частиц газа [2–4]. Его величина связывается с коэффициентом сдвиговой вязкости и может быть вычислена в виде [3, 4]

$$\tau = \mu / (pSc), \quad (12)$$

где  $Sc$  – число Шмидта, которое для газов близко к единице.

Для обеспечения устойчивости КГД алгоритма при моделировании сверхзвуковых течений плотных газов возможно модифицировать вид диссипативного коэффициента  $\tau$  (12) путем включения в него слагаемого, зависящего от шага пространственной сетки и параметров течения в виде

$$\tau = \mu / (pSc) + \alpha h / c, \quad (13)$$

где  $h$  – характерный размер пространственной ячейки,  $c$  – локальная скорость звука,  $\alpha$  – настроечный параметр, который в большинстве случаев полагается постоянным числом порядка 1 [2–5].

Однако при больших сверхзвуковых скоростях течений введенной  $\tau$ -вязкости вновь оказывается недостаточно. Как показывает практика численных расчетов, в этих случаях для стабилизации численного алгоритма возможно использовать наличие объемной вязкости, вводя искусственную добавку в коэффициент (10) в виде

$$\zeta = \mu((5/3) - \gamma) + \delta(h/c)p. \quad (14)$$

Величина регуляризирующей добавки здесь также определяется локальными параметрами и зависит от настроечного коэффициента  $\delta$ . Такое введение искусственной диссипации в КГД уравнения впервые использовано в [6, 7].

КГД алгоритм построен на основе системы (1)–(8) с диссипативными коэффициентами (9)–(12) и искусственными добавками (13) и (14).

#### 4. Численный алгоритм

Схема расчетной области изображена на рис.2. Набегающий воздушный поток направлен в сторону положительных значений оси  $x$ , вектор скорости набегающего потока лежит в плоскости  $z = 0$ .

Нерегулярная тетраэдральная расчетная сетка строится посредством свободно распространяемой библиотеки TetGen [8]. На рис.3 приведен общий вид сетки, на рис.4 – фрагмент сетки в окрестности модели в сечении  $z = 0$ . На поверхности модели элементы сетки представляют собой прямоугольные равнобедренные треугольники. Основная сетка имеет следующие параметры: общее число узлов 298403, число тетраэдральных элементов 1574869, число узлов на поверхности модели 81312. Для исследования влияния размера сетки на точность моделирования использовалась более грубая сетка с такими параметрами: общее число узлов 137991, число тетраэдральных элементов 732815, число узлов на поверхности модели 36269. Таким образом, дополнительная сетка приблизительно в 2 раза грубее, чем основная. Как показали расчеты, не только число узлов, но и качество пространственной сетки существенно влияет на точность описания полей течения.

Для численного моделирования применялся существенно доработанный программный комплекс, созданный А.А Свердлиным и Э.М. Кононовым [9], позволяющий проводить расчеты нестационарных вязких газодинамических течений для тел произвольной формы с использованием тетраэдральных неструктурированных пространственных сеток.

Газодинамические параметры (плотность, скорость, давление, температура, энергия) приводятся к безразмерному виду. В качестве размерных параметров выбраны характерная длина (1 м), плотность  $\rho_0$  и скорость звука  $c_0$  в набегающем потоке. Значения газодинамических параметров определяются в узлах сетки. Конечно-разностная аппроксимация макроскопических КГД уравнений строится методом контрольных объемов. Решение начально-краевой задачи для сеточных аналогов КГД уравнений находится по явной по времени конечно-разностной схеме. Пространственные производ-

ные аппроксимируются со вторым порядком точности, производные по времени – с первым порядком точности.

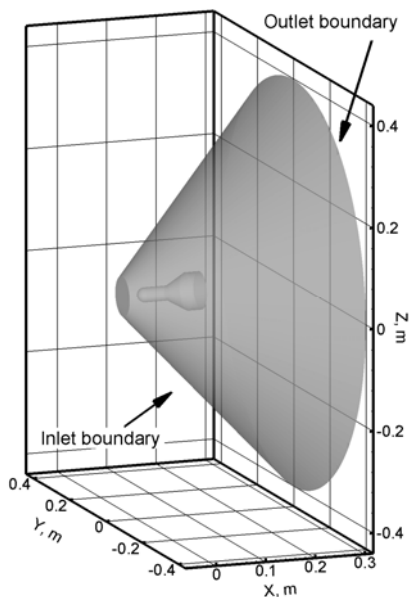


Рис.2. Общий вид расчетной области.

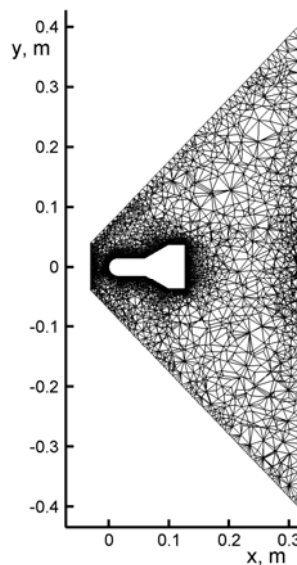


Рис.3. Сетка в сечении  $z = 0$ .

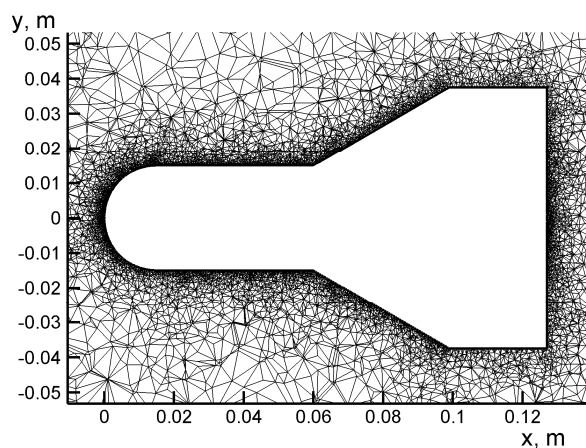


Рис.4. Фрагмент сетки в окрестности модели в сечении  $z = 0$ .

В КГД алгоритм включена искусственная диссипация с настроечными коэффициентами  $\alpha$  и  $\delta$  (13), (14). Коэффициент  $\alpha = 1$  считался постоянным, а при вычислении коэффициента  $\delta$  использовалась следующая зависимость от локального числа Маха: при  $Ma \geq 2$   $\delta = 5$ , при  $Ma \leq 1.5$   $\delta = 2$ , в промежутке между значениями числа Маха 1.5 и 2 коэффициент  $\delta$  линейно возрастает с числом Маха [6].

В начальный момент на входной границе задаются параметры набегающего потока. Внутри расчетной области задаются такие же параметры, кроме скорости: газ в начальный момент неподвижен.

На входной границе значения набегающего потока поддерживаются постоянными. На выходной границе ставятся условия сноса, позволяющие газу свободно покидать область. На твердой границе обтекаемого тела ставятся условия прилипания (вектор скорости равен нулю), при этом используется дополнительное граничное условие КГД алгоритма: нормальные производные давления и плотности равны нулю [3–5].

Как показали аналитические оценки и практика численных расчетов [2–4], КГД алгоритм обладает устойчивостью при выполнении условия Куранта. Поэтому шаг по времени вычисляется следующим образом:  $\Delta t = \beta_C h / c$ , где  $\beta_C = 0.1$  – число Куранта,  $h$  – характерный локальный размер пространственной сетки,  $c = \sqrt{T}$  – локальная скорость звука.

Расчеты проводились на многопроцессорном комплексе К-100 [10]. Программный комплекс обладает хорошей масштабируемостью и достаточно высокой эффективностью распараллеливания. В представленных расчётах использовано 128 процессорных ядер.

## 5. Результаты моделирования

На рис.5–8 в сечении  $z = 0$  приведены контуры плотности для четырех комбинаций числа Маха и угла атаки (Angle of attack,  $AoA$ ), экспериментально и численно исследованных в [1]. Также изображены линии тока. Отметим, что используемая реализация КГД алгоритма позволяет единообразно проводить моделирование в области, целиком окружающей модель, в том числе за хвостовой частью.

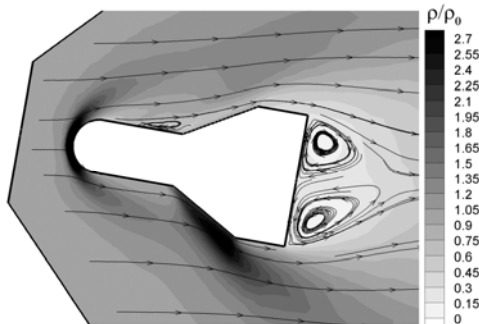


Рис.5.  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$ .

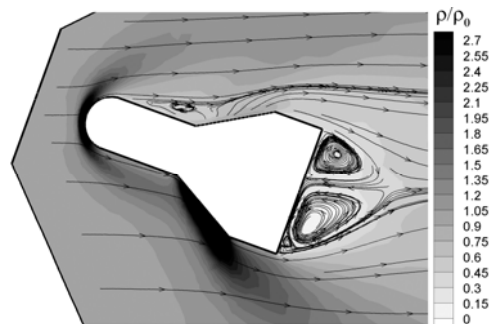
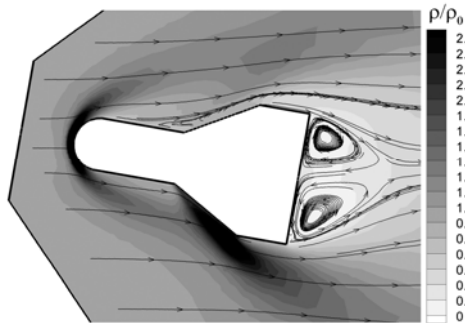
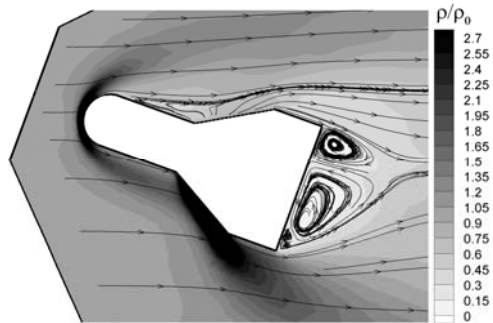
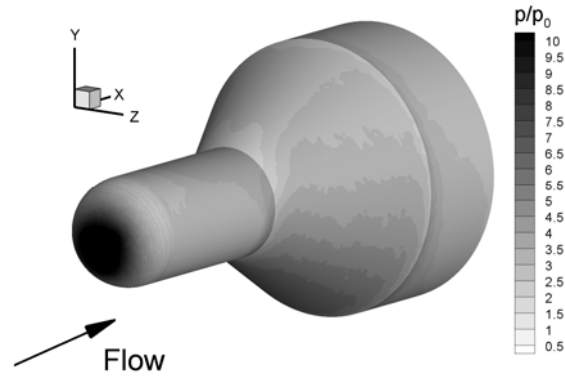
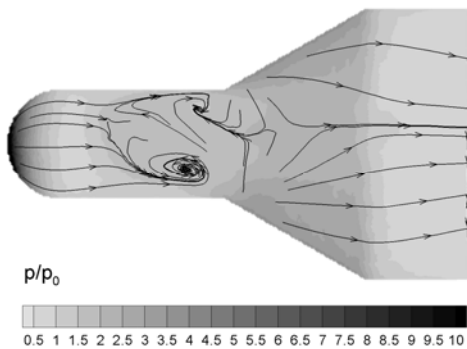
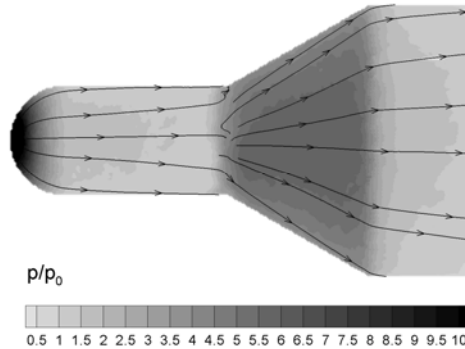


Рис.6.  $Ma = 3$ ,  $AoA = 20^\circ$ .

На рис.9–11 показано распределение давления по поверхности модели, отнесенного к давлению в невозмущенном потоке, для варианта  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$ . Рис.10,11 показывают проекцию поверхности модели на плос-

кость  $y = 0$ , на них также приведены линии тока на поверхности. Рис.10 соответствует подветренной стороне модели ( $y > 0$ ), рис.11 – наветренной стороне ( $y < 0$ ).

Рис.7.  $Ma = 4$ ,  $AoA = 10^\circ$ .Рис.8.  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ .Рис.9.  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$ .Рис.10.  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$ .Рис.11.  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$ .

На рис.12 изображены одномерные профили давления на поверхности модели в сечении  $z = 0$ , отнесенного к давлению в невозмущенном потоке, для варианта  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$ .



Сплошная линия соответствует расчету на основной сетке с общим числом узлов 298403. Пунктирная линия изображает результаты, полученные на дополнительной, более грубой сетке с числом узлов 137991. Символы показывают результаты, полученные при экспериментальном изучении обтекания модели в [1]. Экспериментальные данные являются значениями давления, полученными посредством датчиков, расположенных на поверхности модели.

Треугольные символы соответствуют наветренной стороне модели ( $y < 0$ ), квадратные – подветренной стороне ( $y > 0$ ). В целом можно видеть очень хорошее соответствие результатов, полученных в настоящей работе, экспериментальным данным. Также видно, что результаты, полученные на подробной сетке (сплошная линия), в целом ближе к экспериментальным данным, нежели полученные на более грубой сетке (пунктир).

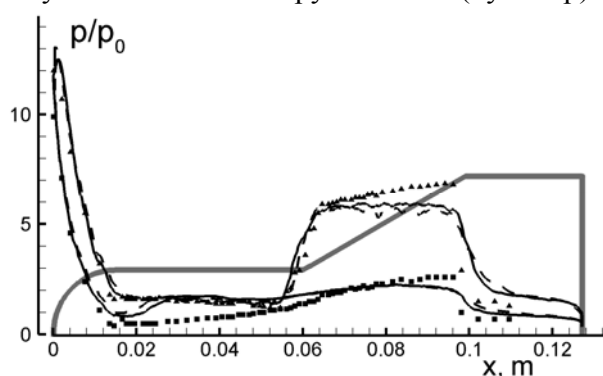


Рис.12.  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$ .

Небольшое завышение максимального давления в носовой области модели по сравнению с экспериментальным обусловлено влиянием сетки, поскольку на более подробной сетке максимальное давление почти соответствует экспериментальному. На наветренной стороне носовой части модели результаты моделирования практически совпадают с экспериментальными значениями. Расхождения присутствуют в районе хвостовой части. Отметим, что в экспериментальном исследовании обтекания модель закреплена на кронштейне, который может влиять на картину обтекания в районе хвостовой части. Что касается подветренной стороны модели, то завышение результатов моделирования по сравнению с экспериментальными данными наблюдается в районе носовой части. В этой части присутствует вихревое движение потока.

Отметим, что при анализе результатов моделирования наблюдалась нестационарность потока, особенно в области вихрей. Возможности КГД алгоритма при моделировании нестационарных течений также показаны в [5].

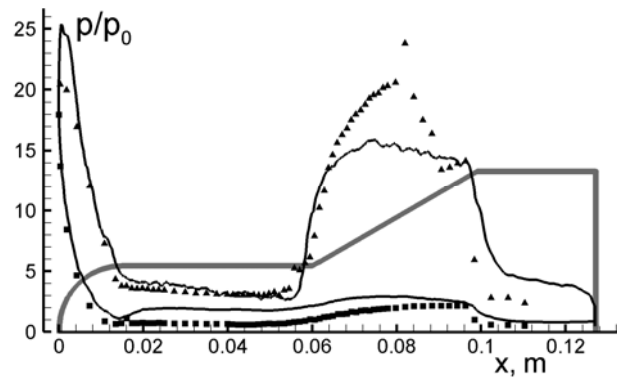


Рис.13.  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ .

На рис.13 изображены одномерные профили давления на поверхности модели в сечении  $z = 0$ , отнесенного к давлению в невозмущенном потоке, для варианта  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ . Результаты получены на основной сетке с числом узлов 298403. Символы показывают результаты, полученные при экспериментальном изучении обтекания модели [1] (обозначения те же, что на рис.12). По сравнению с вариантом  $Ma = 3$ ,  $AoA = 10^\circ$  (рис.12), расхождение между результатами моделирования и экспериментом больше. Особенно это видно в завышении максимального значения давления на носовой части, а также в отсутствии скачка уплотнения на конической части модели ( $x = 0.08$ ). Вероятно, тут проявляется излишняя вязкость, введенная в КГД алгоритм, а также существенная нерегулярность используемой относительно грубой сетки.

Рис.14, аналогично рис.10, изображает проекцию подветренной стороны ( $y > 0$ ) модели на плоскость  $y = 0$  и линии тока на поверхности, для варианта  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ . Для сравнения на рис.15 изображена аналогичная проекция, взятая из [1]. На ней показаны линии тока, представляющие собой результат обработки экспериментальных данных при тех же параметрах  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ . Видно, что экспериментальная картина линий тока (рис.15) в общих чертах воспроизводится при моделировании на основе КГД алгоритма (рис.14). Особенно это заметно в расположении парных вихрей перед конической частью модели.

Рис.16 изображает проекцию подветренной стороны ( $y > 0$ ) модели на плоскость  $y = 0$  и линии тока на поверхности для варианта  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ . В этой части поверхности не возникает вихревое движение, поэтому картина течения практически симметрична, как и на аналогичном рис.11. На рис.17 показан пример распределения расчетной области по 128 процес-

сорам, используемым в одном из вариантов расчетов, в сечении  $z = 0$ . Общее число шагов по явной разностной схеме для каждого из вариантов составляет порядка  $2 \cdot 10^6$ , требуемое машинное время около 20 часов.

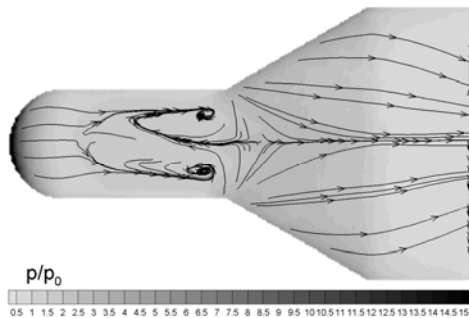


Рис.14.  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ .

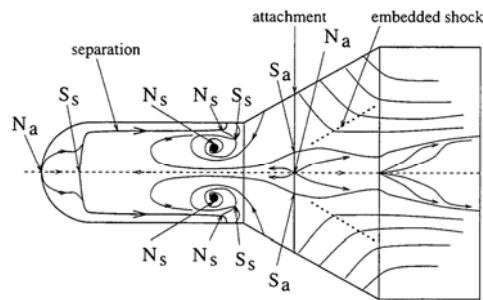


Рис.15.  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ .

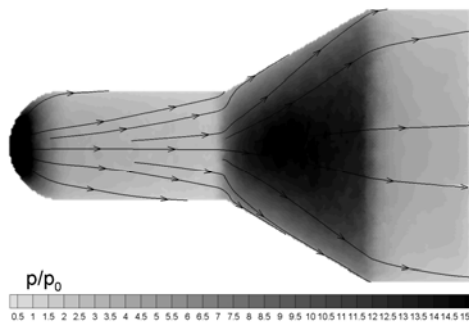


Рис.16.  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ .

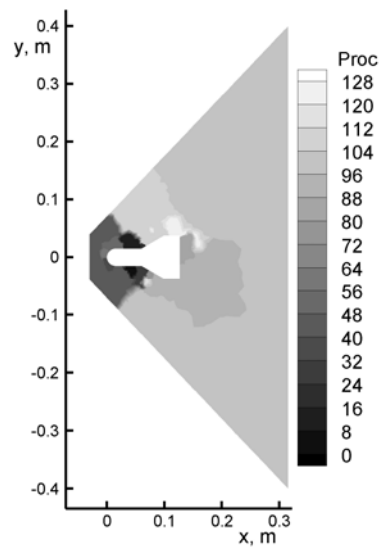


Рис.17. Распределение по процессорам.

Авторы решают задачу моделирования в приближении уравнений НС с учетом вязких слагаемых, при этом на поверхности тела стоят условия прилипания. Таким образом, возникает вопрос о разрешении пограничного слоя, который является актуальным для всех численных алгоритмов. Для прояснения этого вопроса в представленных расчетах приведены рис.18 и 19, на которых показано распределение скорости  $u_x$  вблизи поверхности модели в сечении передней цилиндрической части  $x = 0.03$  м для варианта  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ . На рис.18 также изображена расчётная сетка. На рис.19 показан одномерный профиль скорости  $u_x$  при  $x = 0.03$  м,  $y = 0$ , на который нанесены маркеры, соответствующие границам ячеек сетки.

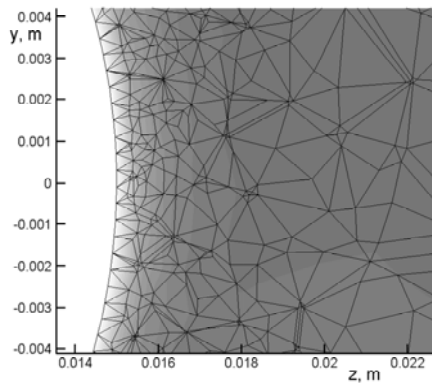
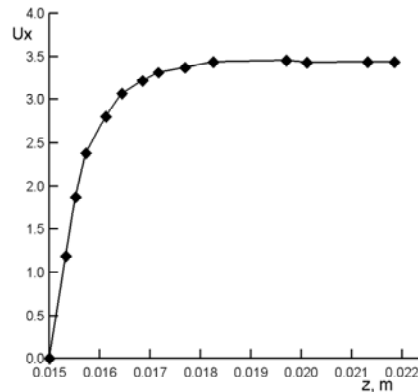
Рис.18.  $Ma = 4$ ,  $AoA = 20^\circ$ .

Рис.19. Профиль скорости вблизи поверхности.

Видно, что в пограничном слое находятся порядка 7 ячеек сетки. Таким образом, при моделировании происходит частичное разрешение пограничного слоя. Отметим, что на точность описания пограничного слоя влияет не только количество точек внутри него, но и качество сетки. Практика численных расчетов показывает, что тетраэдральная сетка не является оптимальной для описания пограничного слоя. Тем не менее, даже на сетке невысокого качества, использованной в настоящей работе, КГД алгоритм позволяет получить в целом адекватные результаты моделирования структуры течения и распределения давления по поверхности модели.

В [12] проводится численное моделирование сверхзвукового обтекания той же модели, что и в настоящей работе. При этом используются модели турбулентности Спаларта–Аллмараса и SST Ментера и проводится сравнительный анализ влияния выбора модели на характер течения. Полученные в настоящей работе структура течения (в том числе вихри) и распределение давления по поверхности модели в целом аналогичны результатам, полученным в [12]. Однако структура фронтов ударных волн, образующихся в окрестности модели при сверхзвуковом обтекании, разрешается в [12] лучше. Отметим, что в [12] применена существенно более качественная и подробная расчетная сетка, содержащая 5963967 шестигранных ячеек (для сравнения, в настоящей работе сетка состоит из 1574869 тетраэдров). Практика численных расчетов показывает, что качество сетки существенно влияет на точность численного моделирования.

Одна из версий КГД алгоритма включена в качестве дополнительного вычислительного ядра в открытый программный комплекс OpenFOAM [11].

Авторы благодарны А.Е. Луцкому за ценное обсуждение данной тематики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *E.M. Houtman, W.J. Bannink, B.H. Timmerman*. Experimental and Computational Study of a Blunt Cylinder-Flare Model in High Supersonic Flow. – Delft: Delft University of Technology, 1995, report LR-796 .
2. *B.N. Chetverushkin*. Kinetic Schemes and Quasi-Gas Dynamic System of Equations. Barcelona: CIMNE, 2008.
3. *T.G. Elizarova*. Quasi-Gas Dynamic Equations. Dordrecht: Springer, 2009, ISBN 978-3-642-0029-5.
4. *Ю.В. Шеретов*. Регуляризованные уравнения гидродинамики. – Тверь: Тверской государственной университет, 2016, 222 с.;  
*Yu.V. Sheretov*. Regularized Hydrodynamic Equations. – Tver: State University, 2016, 222p. [elibrary.ru/item.asp?id=30097584](http://elibrary.ru/item.asp?id=30097584) (in Russian).
5. *Т.Г. Елизарова, И.А. Широков*. Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений. – М.:–МАКС Пресс, 2017, 136с. <https://elibrary.ru/item.asp?id=29352202>  
*T.G. Elizarova, I.A. Shirokov*. Regularized equations and examples of their use in the modeling of gas-dynamic flows.
6. *И.А. Широков, Т.Г. Елизарова*. Компьютерное моделирование обтекания модели сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого газа на основе квазигазодинамического алгоритма // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2017, т.18, вып.2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2017-18-2/articles/721>  
*I.A. Shirokov, T.G. Elizarova*. Computer simulation of the supersonic flow of a viscous compressible gas around a model body on the basis of the quasi-gas-dynamic algorithm // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics, 2017, v.18, iss. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2017-18-2/articles/721>
7. *T.G. Elizarova, I.A. Shirokov*. Artificial dissipation coefficients in regularized equations of supersonic aerodynamics // Doklady Mathematics, 2018, v.98, №3, p.648–651.
8. TetGen: A quality tetrahedral mesh generator. <http://tetgen.berlios.de/>
9. *Т.А. Кудряшова, С.В. Поляков, А.А. Свердлин*. Расчет параметров течения газа вокруг спускаемого аппарата // Математическое моделирование, 2008, т.20, №7, с.13–22;  
*T.A. Kudryashova, S.V. Polyakov, A.A. Sverdlin*. Calculation of gas flow parameters around reentry vehicle // Math. Models and Comput. Simul., 2009, v.1, №4, p.445–452 .
10. K-100 System, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow; Available at <http://www.kiam.ru/MVS/resources/k100.htm>
11. *M.V. Kraposhin, E.V. Smirnova, T.G. Elizarova, M.A. Istomina*. Development of a new OpenFOAM solver using regularized gas-dynamic equations // Computers and Fluids, 2018, v.166, p.163–175.
12. *В.Е. Борисов, А.А. Давыдов, А.Е. Луцкий, Я.В. Ханхасаева*. Численное исследование обтекания модели космического аппарата // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017, №130, 19с. doi:10.20948/prepr-2017-130. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-130>;  
*V.E. Borisov, A.A. Davydov, A.E. Lutsii, Ia.V. Khankhasaeva*. Chislennoe issledovanie obtekanii modeli kosmicheskogo apparata // Preprinty IPM im. M.V. Keldysha, 2017, №130, 19s.; doi:10.20948/prepr-2017-130. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-130>.

Поступила в редакцию 04.03.2019

После доработки 30.04.2019

Принята к публикации 01.07.2019