

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

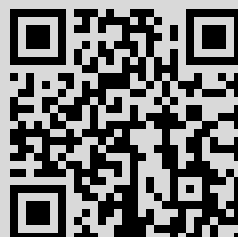
А. Н. Антонов, Т. Г. Елизарова, Б. Н. Четверушкин,
Ю. В. Шеретов, Численное моделирование пульсацион-
ных режимов при сверхзвуковом обтекании полого ци-
линдра, *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1990, том 30,
номер 4, 548–556

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 176.120.240.207

21 января 2021 г., 15:37:51



УДК 519.6:533.6.011

© 1990 г.

**А. Н. АНТОНОВ, Т. Г. ЕЛИЗАРОВА, Б. Н. ЧЕТВЕРУШКИН,
Ю. В. ШЕРЕТОВ**

(Москва)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА

На основе кинетически-согласованных разностных схем проведено численное моделирование задачи о сверхзвуковом обтекании полого цилиндра однородным потоком вязкого сжимаемого газа. Получены пульсационные режимы течения, наблюдаемые экспериментально. Проведен качественный и количественный анализ результатов расчетов.

Введение

При сверхзвуковом обтекании полых тел в ряде случаев реализуется пульсационный режим обтекания [1] — [4]. Возникающие колебания часто приводят к вибрациям и разрушению конструкций.

Математическое моделирование таких течений сопряжено со значительными трудностями, поскольку моделирование неустойчивости в таких течениях требует эффективного совместного расчета процессов, происходящих как в вязкой, так и в невязкой зоне течения.

В настоящей работе представлены некоторые результаты математического моделирования задачи об обтекании полого цилиндрического тела однородным сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого газа. Тело в форме полого цилиндра, закрытого с одного конца, устанавливалось открытой частью навстречу набегающему потоку под нулевым углом атаки. Известно [1], [2], что течение, возникающее в этом случае, имеет сложный нестационарный характер, при котором ударная волна перед срезом цилиндра совершает колебательное движение, а на дне полости наблюдаются не затухающие с течением времени пульсации давления.

З а м е ч а н и е 1. В [5], [6] в экспериментах, проведенных в ударной трубе, получены затухающие колебания при отражении набегающей ударной волны от тела с выемкой. Однако, в силу особенностей установки, там изучалась лишь начальная стадия процесса пульсаций и не исследовалась асимптотика процесса.

Экспериментально эта задача исследовалась, в частности, в работе [1], где приведены зависимости основных характеристик течения (средний отход и амплитуда пульсаций ударной волны, среднеквадратичные значения пульсаций давления) от чисел M_∞ , Re_∞ и относительной глубины полости. Установлено, что при числах $Re_\infty \geq 10^5$ эти величины слабо зависят от Re_∞ , а при $Re_\infty \leq 10^5$ влияние Re_∞ становится существенным. Наблюдался также эффект незначительного повышения средней температуры внутри полости по сравнению с температурой торможения.

Численному исследованию рассматриваемой задачи в рамках модели идеального газа посвящены работы [7], [8]. В [7] модифицированным

методом Лакса — Вендроффа численно моделируется пульсационный режим при натекании на полость неоднородного сверхзвукового потока. Описана картина течения, а также приведены данные по частоте и амплитуде пульсаций давления в зависимости от M_∞ , глубины полости и величин, характеризующих неоднородность потока. В случае натекания однородного потока колебания с течением времени затухали и устанавливалась стационарная картина течения.

В [8] на основе другой численной методики с использованием двух математических моделей для расчета невязкого нетеплопроводного газа — модели в распределенных параметрах и модели в сосредоточенных параметрах — проведен анализ устойчивости обтекания в рассматриваемой задаче и получены аналогичные пульсационные режимы. Было зафиксировано хорошее совпадение по основным характеристикам течения с данными из [7]. На асимптотической стадии в случае однородного набегающего потока устанавливался стационарный режим обтекания. В [9] численно получен незатухающий колебательный режим при обтекании вогнутого тела однородным сверхзвуковым потоком.

В настоящей статье, используя кинетически-согласованные разностные схемы (к.с.р.с.); построенные на основе кинетических моделей для функции распределения [10], авторам удалось получить на асимптотической стадии устойчивый незатухающий колебательный режим, близкий к зарегистрированному в эксперименте [1] при однородном набегающем потоке. Подробно проанализирована картина возникающего при этом течения, и проведено сопоставление по основным характеристикам течения как с экспериментальными данными [1], так и с данными численных расчетов [7], [8].

Для к.с.р.с. уже имеется положительный опыт расчета стационарных и нестационарных течений вязкого теплопроводного газа как в плоской [11], так и в осесимметричной [12] постановке.

§ 1. Квазигазодинамическая модель

Используя для описания поведения функции распределения частиц в плотном газе кинетическую модель, представляющую собой циклическую последовательность процессов бесстолкновительного разлета молекул и их мгновенной максвеллизации, приходим к модельному кинетическому уравнению вида

$$(1.1) \quad f_t + (\mathbf{v} \nabla) f^{(0)} = (\mathbf{v} \nabla) \tau (\mathbf{v} \nabla) f^{(0)} + J(f, f'),$$

где $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ — одночастичная функция распределения, $f^{(0)}$ — локально-максвелловское распределение с макропараметрами, определяемыми функцией f , $\tau = \bar{l}/a$ — характерное время релаксации молекул в газе (\bar{l} — длина свободного пробега, a — скорость звука), $J(f, f')$ — интеграл столкновений. Осреднение (1.1) с сумматорными инвариантами 1, \mathbf{V} , $\mathbf{V}^2/2$ приводит к системе уравнений, получившей название квазигазодинамической, которая может быть записана в инвариантном виде:

$$(1.2a) \quad \rho_t + \operatorname{div} \rho \mathbf{u} = \operatorname{div} \tau (\operatorname{div} \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + \nabla p),$$

$$(1.2b) \quad (\rho \mathbf{u})_t + \operatorname{div} \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + \nabla p = \operatorname{div} \tau \operatorname{div} \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + \\ + \operatorname{div} \tau (\nabla \otimes p \mathbf{u}) + \operatorname{div} \tau (\nabla \otimes p \mathbf{u})^T + \nabla \tau \operatorname{div} p \mathbf{u},$$

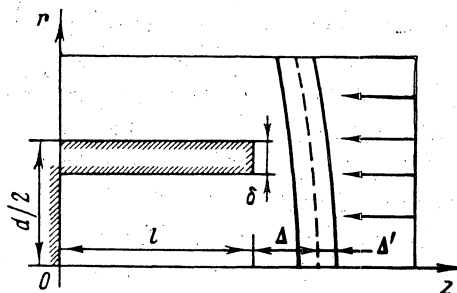
$$(1.2в) \quad E_t + \operatorname{div} (E + p) \mathbf{u} = \operatorname{div} \tau \left[\operatorname{div} (E + 2p) \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + \nabla \left(p \frac{u^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{p^2}{\rho} \right) \right].$$

Дополнив (1.2) уравнениями состояния идеального газа

$$(1.3) \quad E = \rho(u^2/2 + \varepsilon), \quad \varepsilon = p/[\rho(\gamma - 1)], \quad p = \rho RT,$$

а также добавив начальные и граничные условия, получим замкнутую систему уравнений, описывающую пространственно-временную эволюцию макроскопических параметров газа: плотности ρ , давления p и скорости u .

Система уравнений (1.2), (1.3) является основной и используется для построения к.с.р.с. Обращает на себя внимание внешнее сходство ряда слагаемых, входящих в полученную систему, с соответствующими членами в уравнениях Навье — Стокса. Это дает возможность производить замену некоторых членов навье-стоксовскими и рассматривать их как



Фиг. 1

естественную вязкость и теплопроводность, причем заменяются именно те слагаемые, которые имеют максимальный порядок по величине в приближении пограничного слоя. Часть членов при проведении расчетов преобразуется путем замены характерной длины свободного пробега \bar{l} на шаг пространственной сетки. Они рассматриваются как сеточные регуляризаторы, с одной стороны, играющие роль искусственной вязкости, необходимой для сквозного счета ударных волн, и, с другой стороны, позволяющие учесть влияние физической вязкости в силу своей малости вблизи твердых стенок [10].

Система квазигазодинамических уравнений требует постановки дополнительных граничных условий по сравнению с уравнениями Эйлера или Навье — Стокса [10]. Таким образом, рассматривается новая математическая модель, которая разрабатывалась для расчета сверхзвуковых течений вязкого сжимаемого плотного газа при больших числах Рейнольдса.

На твердых стенках ставятся условия адиабатичности для температуры и прилипания и непротекания для скорости. Дополнительное граничное условие для давления $\partial p/\partial n = 0$ является необходимым, так как обеспечивает отсутствие потока массы через стенку.

§ 2. Постановка задачи и численный алгоритм

Общий вид расчетной области, где показаны геометрические размеры полости и величины, характеризующие положение и амплитуду пульсаций ударной волны, приведен на фиг. 1. Задача рассматривается в осесимметричной постановке. Расчетная область покрывается равномерной по пространству разностной сеткой Ω_{ij} , и все макроскопические параметры газа вычисляются в узлах Ω_{ij} . С каждым узлом сетки связывается прямоугольник с вершинами в центрах прилегающих ячеек. Разностные схемы строятся интегроинтерполяционным методом [13] — путем интегрирова-

ния преобразованных специальным образом квазигазодинамических уравнений по этому прямоугольнику.

Не останавливаясь на способе получения к.с.р.с. из системы квазигазодинамических уравнений, который подробно изложен в [14], выпишем окончательный вид разностных уравнений для внутренних узлов сетки:

$$(2.1a) \quad \rho_t + r^{-1}(r\rho u_r)_r^* + (\rho u_z)_z = r^{-1}[\tau^r(r\rho u_r^2)_r]_r + [\tau^z(\rho u_z^2)_z]_z + r^{-1}(r\tau^r p_r)_r + (\tau^z p_z)_z,$$

$$(2.1b) \quad (\rho u_r)_t + r^{-1}(r\rho u_r^2)_r^* + (\rho u_r u_z)_z + p_r = r^{-1}[\tau^r(r\rho u_r^3)_r]_r + [\tau^z(\rho u_r u_z^2)_z]_z + 3[\tau^r r^{-1}(r p u_r)_r]_r - 2\tau_r^r p u_r r^{-1} + 2M_\infty \text{Re}_\infty^{-1}[T^{0.5}(u_r)_z]_z,$$

$$(2.1в) \quad (\rho u_z)_t + r^{-1}(r\rho u_r u_z)_r^* + (\rho u_z^2)_z + p_z = r^{-1}[\tau^r(r\rho u_r^2 u_z)_r]_r + [\tau^z(\rho u_z^3)_z]_z + 2M_\infty \text{Re}_\infty^{-1} r^{-1}[rT^{0.5}(u_z)_r]_r + 3[\tau^z(\rho u_z)_z]_z,$$

$$(2.1г) \quad E_t + r^{-1}[r(E+p)u_r]_r^* + [(E+p)u_z]_z = r^{-1}\{\tau^r[r(E+2p)u_r^2]_r\}_r + \{\tau^z[(E+2p)u_z^2]_z\}_z + r^{-1}[r\tau^r(pu_r^2/2 + 2.5p^2/\rho)_r]_r + [\tau^z(pu_z^2/2 + 2.5p^2/\rho)_z]_z + 2M_\infty \text{Re}_\infty^{-1} r^{-1}[rT^{0.5}(u_z^2/2)_r]_r + 2M_\infty \text{Re}_\infty^{-1}[T^{0.5}(u_r^2/2)_z]_z.$$

Здесь ρ — плотность, p — давление, u_r , u_z — компоненты скорости, E — полная энергия, T — температура, $\tau^r = h_r/(\alpha a)$, $\tau^z = h_z/(\alpha a)$ — характерные времена, где α — численный коэффициент, который выбирался равным 6, a — местная скорость звука. К (2.1) необходимо добавить уравнения состояния идеального газа

$$(2.2) \quad \varepsilon = p/[\rho(\gamma-1)], \quad T = \gamma p/\rho,$$

после чего система уравнений становится замкнутой. Для разностных производных использованы стандартные обозначения [13], например

$$\frac{1}{r}(rf)_r^* = \frac{1}{r_j h_r} \left(r_{j+1/2} \frac{f_{i,j+1} + f_{ij}}{2} - r_{j-1/2} \frac{f_{ij} + f_{i,j-1}}{2} \right),$$

$$\frac{1}{r}(\tau^r(rf)_r)_r = \frac{1}{r_j h_r} \left(\tau_{i,j+1/2}^r \frac{r_{j+1} f_{i,j+1} - r_j f_{ij}}{h_r} - \tau_{i,j-1/2}^r \frac{r_j f_{ij} - r_{j-1} f_{i,j-1}}{h_r} \right),$$

где $\tau_{i,j\pm 1/2}^r = 0.5(\tau_{ij}^r + \tau_{i,j\pm 1}^r)$. Уравнения выписаны в безразмерном виде. Связь между размерными и безразмерными величинами задается соотношениями

$$(2.3a) \quad r = \tilde{r}d/2, \quad p = \tilde{p}\rho_\infty a_\infty^2, \quad z = \tilde{z}d/2, \quad \rho = \tilde{\rho}\rho_\infty, \quad u_r = \tilde{u}_r a_\infty,$$

$$(2.3б) \quad a = \tilde{a}a_\infty, \quad u_z = \tilde{u}_z d_\infty, \quad T = \tilde{T}a_\infty^2/(\gamma R), \quad t = \tilde{t}d/(2a_\infty).$$

В приграничных узлах расчетной области разностные схемы видоизменялись с учетом граничных условий [14], которые ставились следующим образом: твердая стенка

$$u_r = u_z = \partial T/\partial n = \partial p/\partial n = 0,$$

ось симметрии

$$u_r = \partial u_z/\partial n = \partial T/\partial n = \partial p/\partial n = 0,$$

входная граница

$$u_r = 0, \quad u_z = -M_\infty, \quad T = 1, \quad p = 1/\gamma,$$

свободная граница

$$\partial u_r / \partial n = \partial n_z / \partial n = \partial T / \partial n = \partial p / \partial n = 0.$$

Свободная граница является в данном случае сверхзвуковой (за исключением небольшого дозвукового участка у внешней поверхности цилиндра) и условие равенства нулю первых производных выполняется достаточно строго, поскольку возмущения сносятся вниз по потоку. Выбор свободной границы в данной задаче из условия независимости решения от ее положения проведен в [4]. Для обеспечения устойчивости счета шаг по времени выбирался из условия Куранта в виде

$$\Delta t = 0.4 h_{\min} / \max(u_r^2 + u_z^2 + a^2)^{0.5}$$

Члены в уравнениях (2.1), (2.2), содержащие множитель $2M_\infty \text{Re}_\infty^{-1}$, являются навье-стоксовскими и моделируют естественную вязкость газа, причем коэффициент вязкости $\mu(T) \sim T^{0.5}$. Остальные члены — искусственная вязкость, необходимая для сквозного счета ударных волн.

§ 3. Результаты численного счета

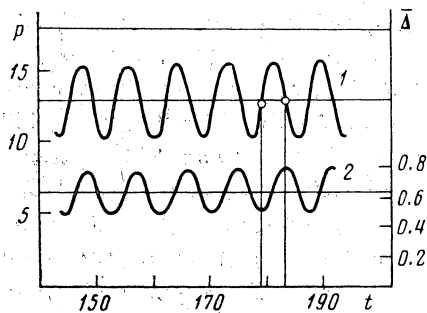
Подробно проанализируем вариант расчета при следующих значениях параметров набегающего потока и геометрии полости: $M_\infty = 3.7$, $\text{Re}_\infty = 5 \cdot 10^4$, $\delta^0 = 0.04$, $l^0 = 1.6$ (см. фиг. 1); здесь число Рейнольдса вычисляется по внешнему диаметру цилиндра. Расчет проводился на равномерных по пространству разностных сетках 81×81 ($h_r = 0.02$, $h_z = 0.1$) и 101×101 ($h_r = 0.016$, $h_z = 0.08$): Все величины представлены в безразмерной форме; $S = l + \Delta$, $d_1 = d - 2\delta$, $l^0 = l/d$, $\delta^0 = \delta/d$, $\Delta^0 = \Delta/d$, $\Delta^* = \Delta'/d$. Переход к размерным величинам осуществляется по формулам (2.3).

Обсудим сначала результаты, полученные на сетке 81×81 . В этом случае в качестве начальных данных используются параметры невозмущенного набегающего потока. При мгновенном помещении полости в поток возникает колебательный режим, причем на начальной стадии колебания носят сильно затухающий характер. Однако с течением времени декремент затухания падает и на асимптотической стадии устанавливается устойчивый, незатухающий колебательный режим. Зависимость от времени давления p в центре дна полости (кривая 1) и отхода ударной волны $\bar{\Delta}$ от среза цилиндра (кривая 2) в установившемся режиме показана на фиг. 2 (под положением ударной волны в данном случае понимается положение звуковой точки на оси симметрии). Кружочки — последовательные моменты времени: $t_1 = 179.18$, $t_3 = 183.11$.

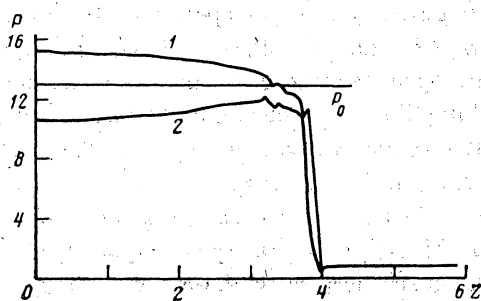
Проведем качественный и количественный анализ данного колебательного процесса. Сначала опишем картину течения, которая может быть разделена на две фазы: фазу сжатия и фазу расширения.

Начало фазы сжатия соответствует моменту, когда давление в центре дна полости минимально. Газ начинает втекать в полость, что увеличивает давление, а ударная волна движется в направлении к цилиндру и достигает своего минимального положения (фиг. 3, а; $t_1 = 179.18$). Поворот потока происходит вблизи внутренней стенки. При этом ударная волна начинает двигаться в противоположном направлении, а через время $\Delta t \approx 0.23$ давление в центре дна становится максимальным.

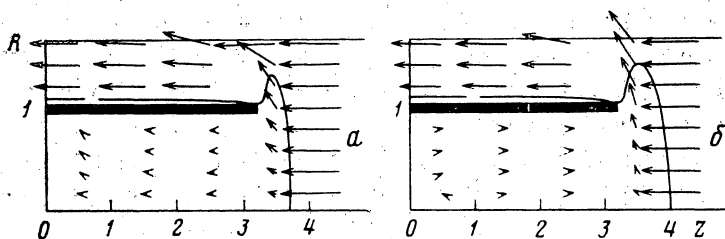
На фазе расширения внутри полости возникает торообразный вихрь, размер которого с течением времени уменьшается, а центр смещается к центру дна. Область возвратного течения растет, а ударная волна про-



Фиг. 2



Фиг. 4



Фиг. 3

должна двигаться в направлении от цилиндра, достигая своего максимального положения (фиг. 3, б; $t_3=183.11$). В данном варианте расчета в момент времени, когда размер области возвратного течения максимален, вдоль оси симметрии остается небольшая струя газа, втекающего внутрь. Затем струя увеличивается в размере, и таким образом осуществляется переход от фазы расширения к фазе сжатия.

Описанная картина течения находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными [1], а также дает дополнительную информацию о характере течения внутри полости. Удастся, например, проследить эволюцию торообразного вихря, который наблюдался и в экспериментах [1] и который, по-видимому, играет немаловажную роль в механизме возникающих колебаний. Колебания давления носят характер стоячей волны (фиг. 4; кривая 1 — для $t_2=181.54$, кривая 2 — для $t_4=185.47$, p_0 — давление торможения), что имело место и в эксперименте. В численных расчетах [7], [8] в случае неоднородного набегающего потока течение также разделялось на две фазы (сжатия и расширения).

В эксперименте [1] и в численных расчетах [7], [8] среднее давление в центре дна полости хорошо совпадало с давлением торможения [15]:

$$(3.1) \quad p_0 = p_\infty \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)} M_\infty \left(\gamma - \frac{(\gamma-1)}{2M_\infty^2} \right)^{-1/(\gamma-1)}$$

В данном численном расчете среднее давление приблизительно равно $p_{cp}=13$, а давление торможения, вычисленное согласно (3.1), равно $p_0=12.92$, температура торможения $T_0=3.73$.

Средняя температура в центре дна полости равна $T_{cp}=3.87$. На расстоянии 0.5 от дна полости вдоль оси полученная в расчете средняя температура уменьшается до значения $T_{cp} \approx 3.76$. Для выяснения причины повышения температуры требуются дальнейшие исследования.

В экспериментальной работе [1] период колебаний характеризовался числом Струхала $Sh=S/(t_0 a_0)$ (где S — расстояние вдоль оси симметрии

от дна полости до среднего положения ударной волны, см. фиг. 4, t_0 — период колебаний, a_0 — скорость звука при температуре торможения), которое практически не зависело от чисел M_∞ , Re_∞ и l^0 и было равно $Sh \approx 0.25$. В проведенном численном расчете $S=3.85$, $t_0=8.3$, $a_0=1.933$, что соответствует числу $Sh=0.24$. В численных расчетах [7] приведены данные по безразмерной частоте колебаний ν/ν_0 ($\nu_0=a_0/(4S_1)$, $S_1=l+0.4d_1$, d_1 — внутренний диаметр цилиндра), которая слабо зависела от M_∞ , l^0 и параметров, характеризующих степень неоднородности набегающего потока, и изменялась в пределах от 0.8 до 0.9 в зависимости от варианта. В нашем случае $\nu=0.12$, $S_1=3.936$, $a_0=1.933$, $\nu/\nu_0=0.98$.

Применение к. с. р. с. для расчета описанного течения позволило получить незатухающие колебания на асимптотической стадии процесса, наблюдаемые в экспериментах [1]. Расчеты [7], [8], проведенные на основе модели Эйлера, дают стационарное решение в асимптотике. Работы, в которых численным путем был бы получен незатухающий колебательный режим в рассматриваемой задаче, авторам неизвестны, поэтому дальнейшее сопоставление возможно только с экспериментальными данными.

Средний отход $\Delta^0=0.325$ и амплитуда пульсаций $\Delta^*=0.075$ ударной волны (см. фиг. 5) совпадают с соответствующими величинами [1] в пределах точности эксперимента для чисел $Re_\infty \geq 10^5$.

Относительное значение суммарных среднеквадратичных пульсаций давления $\sigma_z^0=\sigma_z/p_0'$, где p_0' — полное давление за прямым скачком уплотнения, определяемое по формуле (см. [15])

$$p_0' = \frac{P_\infty}{(\gamma+1)} [2\gamma M_\infty^2 - (\gamma-1)],$$

было равно $\sigma_z^0 \approx 0.19$. В проведенном численном расчете амплитуда пульсации давления $\Delta p=2.5$, $p_0'=11.289$ и $\sigma_z^0=0.156$.

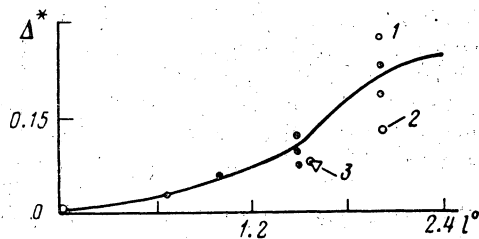
Отметим, что в данном варианте расчета число Re_∞ не оказывало существенного влияния на основные характеристики течения. Расчеты с числом $Re_\infty=5 \cdot 10^4$ и $Re_\infty=2 \cdot 10^5$ практически не различались. Для более точного учета влияния вязкости требуется использование более мелких пространственных сеток.

Остановимся на результатах расчета, полученных с использованием сетки 101×101 . Здесь в качестве начальных условий ставятся следующие: внутри полости — параметры торможения за прямым скачком, вне — параметры невозмущенного набегающего потока. Независимо от начальных данных, течение также выходит на незатухающий колебательный режим. Среднее значение давления и температуры, а также среднее положение ударной волны находятся в очень хорошем соответствии с аналогичными величинами, полученными с использованием сетки 81×81 . Период колебаний также практически не изменился и составил $t_0 \approx 8.2$. Амплитуда колебаний давления уже меняется от волны к волне в первом знаке после запятой, а максимальное отклонение по амплитуде по сравнению с аналогичной величиной на сетке 81×81 не превосходит 12%. Общие картины течения на сетках 81×81 и 101×101 также совпадают.

Рассмотрим результаты расчета на сетке 81×81 для варианта, который отличается от предыдущего относительной глубиной полости $l^0=2$ и числом $Re_\infty=2 \cdot 10^5$. Течение выходит на незатухающий колебательный режим со следующими значениями характеристик: $p_{cp}=13.1$,

$T_{cp}=3.84$, $T_{cp}'=3.73$, $t_0=9.8$ ($Sh=0.245$), $\Delta^0=0.325$, $\Delta^*=0.125$, $\sigma_2^0 \approx 0.25$ (в эксперименте [1] было $\sigma_2^0 \approx 0.2$). Таким образом, средние значения давления, температуры и отхода ударной волны практически не зависят от глубины полости при данном M_∞ и $Re_\infty \geq 10^5$, а увеличение l^0 приводит к повышению уровня пульсаций давления, возрастанию периода колебаний t_0 и амплитуды осцилляций ударной волны Δ^* , что соответствует экспериментальным данным [1], [2]. Число Струхалия также практически не меняется и остается равным $Sh \approx 0.25$.

На фиг. 5 результаты расчетов настоящей работы сопоставляются по амплитуде колебаний ударной волны Δ^* с экспериментальными дан-



Фиг. 5. 1 — эксперимент, 2 — расчет на сетке 81×81 , 3 — расчет на сетке 101×101 .

ными [1], откуда видно, что при $l^0=2$ расчетное значение Δ^* несколько отличается от экспериментального. Отличие может быть связано с влиянием трехмерности течения, поскольку в этом случае даже небольшие углы атаки, которые всегда имеют место в эксперименте, приводят к нарушению симметрии в картине обтекания [1], о чем свидетельствует также большой разброс соответствующих значениям Δ^* точек, полученных в различных экспериментах (см. фиг. 5). Отметим, что суммарные среднеквадратичные пульсации давления сравнивались по величине со значениями, лежащими на средней кривой, в окрестности которой локализируются экспериментальные данные при различных M_∞ и $Re_\infty \geq 10^5$ (см. [1]).

В качестве теста на сетке 81×81 рассмотрена задача о сверхзвуковом обтекании цилиндрического торца ($l^0=0$) при $M_\infty=3.7$, $Re_\infty=2 \cdot 10^5$. В данном случае колебания не возникают и течение выходит на стационарный режим. Распределение давления и плотности вдоль оси симметрии хорошо соответствует данным из [16]. В частности, положение ударной волны по формуле Лунева (см. [16], с. 287) $\Delta=0.5d(1+0.6k) \cdot k^{1/2}$, $k=\rho_\infty/\rho_0'$ (ρ_0' — плотность за прямым скачком), равно 0.54. В расчете получено $\Delta=0.55$. Расчетное значение давления за ударной волной $p_0'=11.03$, точное значение $p_0'=11.23$. В точке торможения расчетное значение $p_0=12.61$, давление торможения $p_0=12.82$.

Таким образом, к. с. р. с. апробированы еще на одной задаче и привели к хорошим как качественным, так и количественным результатам. Конструктивно простой и эффективный алгоритм может быть применен для расчетов конкретных технических устройств.

Список литературы

1. Антонов А. Н., Шалаев С. П. Экспериментальное исследование нестационарного течения в полостях, обтекаемых сверхзвуковым потоком // Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа. 1979. № 5. С. 180–183.

2. *Shigemi M., Koyama H., Aihara Y.* A note on the oscillating shock wave. Some experiments with a resonance tube // *Trans. Japan Soc. Aero-Space Sci.* 1976. V. 19. № 44. P. 70–80.
3. *Елисеев Ю. Б., Черкез А. Я.* Об эффекте повышения температуры торможения при обтекании газом глубоких полостей // *Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа.* 1971. № 3. С. 8–18.
4. *Купцов В. М., Остроухова С. И., Филиппов К. Н.* Пульсации давления и нагрев газа при втекании сверхзвуковой струи в цилиндрическую полость // *Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа.* 1977. № 5. С. 104–111.
5. *Знаменская И. А., Шугаев Ф. В.* О затухающих колебаниях ударной волны при отражении ее от тела с выемкой // *Докл. АН СССР.* 1980. Т. 254. № 1. С. 57–59.
6. *Ибрагим М. А., Знаменская И. А., Шугаев Ф. В.* Колебания ударной волны при отражении ее от резонатора // *Акустич. ж.* 1981. Т. 27. Вып. 3. С. 373–376.
7. *Ваграменко Я. А., Ляхов В. Н., Устинов В. М.* Пульсирующим режим при нагревания стационарного неоднородного потока на преграду // *Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа.* 1979. № 5. С. 64–71.
8. *Гринь В. Т., Славянов Н. Н., Тилляева Н. И.* Об устойчивости обтекания цилиндрических каналов и полостей сверхзвуковым потоком идеального газа с головной ударной волной // *Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа.* 1987. № 4. С. 114–121.
9. *Бастианон Р. А.* Нестационарное решение для поля течения около вогнутых тел // *Ракетная техн. и космонавтика.* 1969. Т. 7. № 3. С. 178–180.
10. *Елизарова Т. Г., Четверушкин Б. Н.* Кинетически-согласованные разностные схемы для моделирования течений вязкого теплопроводного газа // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 1988. Т. 28. № 11. С. 1695–1710.
11. *Антонов А. Н., Дуйсекулов А. Е., Елизарова Т. Г.* О некоторых результатах решения задачи сверхзвукового вязкого обтекания обратного уступа, полученных на основе кинетически-согласованных разностных схем: Препринт № 165. М.: ИИМатем. АН СССР, 1988. 25 с.
12. *Антонов А. Н., Елизарова Т. Г., Павлов А. Н., Четверушкин Б. Н.* Математическое моделирование колебательных режимов при обтекании тела с иглой // *Матем. моделирование.* 1989. Т. 1. № 1. С. 13–23.
13. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
14. *Елизарова Т. Г., Четверушкин Б. Н., Шеретов Ю. В.* О некоторых результатах расчета сверхзвукового обтекания полого цилиндра, проведенного в рамках кинетически-согласованных разностных схем: Препринт № 97. М.: ИИМатем. АН СССР, 1988. 22 с.
15. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
16. *Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.* Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.

Поступила в редакцию 27.06.89
 Переработанный вариант 12.09.89